

# Zeszyt ćwiczeń wyrównawczych

Klasa 1

*Opracowała: mgr Agnieszka Chalecka*

## I. Zadania wstępne

**Zadanie 1** Wykonaj sposobem pisemnym:

1)  $405 + 100 + 95 + 900 =$

2)  $720 + 173 + 80 + 17 =$

3)  $180 + 220 + 284 + 125 =$

4)  $412 + 551 + 88 + 459 =$

5)  $123 + 245 =$

6)  $456 + 543 =$

7)  $7458 + 259 + 36 =$

8)  $3765 + 365 + 4529 =$

9)  $712 + 186 =$

10)  $12389 + 8888 =$

11)  $16456 + 7675 =$

12)  $2177 + 899 + 1111 + 10450 =$

13)  $78 + 2177 + 31289 + 44085 =$

14)  $41163 + 90 + 5388 + 2066 =$

15)  $302 + 1348 + 87 + 126 =$

16)  $459 - 589 =$

17)  $212 - 98 =$

18)  $330 - 76 =$

19)  $2020 - 458 =$

20)  $(485 - 67) - 127 =$

21)  $(4139 - 589) - 125 =$

22)  $(3000 - 654) - 37 =$

23)  $80642 - 71038 =$

24)  $15928 - 12617 =$

25)  $4220 - 896 =$

26)  $76485 - 64123 =$

27)  $75989 - 63123 =$

28)  $600000 - 186431 =$

29)  $19475 - 7023 =$

30)  $1111 - 672 =$

31)  $18 \cdot 9 =$

32)  $56 \cdot 5 =$

33)  $126 \cdot 15 =$

34)  $569 \cdot 36 =$

35)  $23645 \cdot 258 =$

36)  $75 \cdot 18 =$

37)  $63 \cdot 21 =$

38)  $95 \cdot 245 =$

39)  $48 \cdot 33 =$

40)  $77 \cdot 36 =$

41)  $672 \cdot 48 =$

42)  $5761 \cdot 83 =$

43)  $508 \cdot 432 =$

44)  $793 \cdot 5361 =$

45)  $7116 \cdot 847 =$

46)  $85 : 17 =$

47)  $108 : 12 =$

48)  $280 : 28 =$

49)  $940080 : 120 =$

50)  $95022 : 18 =$

51)  $7028 : 7 =$

52)  $3609 : 9 =$

53)  $1808 : 226 =$

54)  $3993 : 33 =$

55)  $4608 : 35 =$

56)  $666 : 38 =$

57)  $59388 : 25 =$

58)  $45645 : 51 =$

59)  $21046 : 36 =$

60)  $37286 : 9 =$

61)  $49 \cdot 15 + 68 \cdot 13 - 864 : 8 =$

62)  $13244 : 43 + 47 \cdot 76 - 945 =$

63)  $(60000 - 14052) : 84 =$

64)  $3996 : 74 + 3795 : 55 =$

65)  $2952 : 82 + 64 \cdot 492 =$

66)  $(42504 + 4602) : 9 + (1025 - 45) : 5 =$

67)  $302 + 408 : 17 - 408 : 24 =$

68)  $(238 + 187) : (318 - 293) =$

69)  $836 + (836 \cdot 7) - (836 - 109) =$

70)  $7,15 + 14,021 + 5,78 =$

71)  $8,4 + 2,26 + 14,215 =$

72)  $0,078 + 403,7 + 92,25 + 6,372 =$

73)  $23,45 + 0,295 + 256,9 =$

74)  $360,08 + 72,6 + 9,114 + 1,35 =$

75)  $38,45 - 12,83 =$

76)  $70 - 25,335 =$

77)  $6,207 - 3,928 =$

78)  $121,36 - 87,79 =$

79)  $180,01 - 95,12 =$

80)  $120 - 111,333 =$

81)  $17,485 - 15 =$

82)  $420,4 - (30,52 + 6,275 + 127,98) =$

83)  $(203,64 + 36,36) - (94,8 + 134,5) =$

84)  $80,4 - (54,58 - 43,1) =$

85)  $0,03 \cdot 3,2 =$

86)  $0,7 \cdot 4,58 =$

87)  $40 \cdot 3,21 =$

88)  $32,23 \cdot 0,07 =$

89)  $23,68 \cdot 31,5 =$

90)  $4,213 \cdot 3,03 =$

91)  $45,2 \cdot 2,8 =$

92)  $106,2 \cdot 2,5 =$

93)  $0,076 \cdot 0,208 =$

94)  $0,045 \cdot 0,0506 =$

95)  $13,6 \cdot 0,354 =$

96)  $5,73 \cdot 200,7 =$

97)  $138,56 \cdot 6,8 =$

98)  $48,6 : 6 =$

99)  $135,576 : 3 =$

100)  $4787,64 : 143 =$

101)  $98,4 : 32,8 =$

- 102)  $2,5 : 0,624 =$   
 103)  $38,124 : 0,54 =$   
 104)  $234,6 : 0,51 =$   
 105)  $287,28 : 11,4 =$   
 106)  $368,1 : 0,075 =$

- 107)  $11,9 : 1,75 =$   
 108)  $2,45 : 0,345 =$   
 109)  $124,6 : 0,12 =$   
 110)  $1,324 : 0,16 =$   
 111)  $0,48 : 1,3 =$

**Zadanie 2** Oblicz sposobem pisemnym:

- 1)  $(9731 - 948) + (846 + 855) : 27 =$   
 2)  $(20,544 + 19,256) \cdot 1,015 - 21,63 =$   
 3)  $0,148 : 0,25 =$   
 4)  $(4387 + 1937) : 51 - (2413 - 2319) =$

- 5)  $(18,39 - 2,6) \cdot 0,09 + 10,034 =$   
 6)  $(7162 - 5407) + (8535 + 458) : 23 =$   
 7)  $(1,57 + 10,4) \cdot 2,37 - 3,256 =$   
 8)  $20,989 : 1,39 =$

- 9)  $(9851 + 5485) : 71 - (1963 - 648) =$   
 10)  $(64,147 - 15,027) \cdot 5,4 + 6,94 =$   
 11)  $0,6522 : 0,12 =$

**Zadanie 3** Wyprowadź ze wzoru:

niewiadomą  $h$ , jeżeli  $2K = a^2 p + 4ah$

niewiadomą  $a_1$ , jeżeli  $S = \frac{2a_1 + (n-1)r}{2} \cdot n$

niewiadomą  $m$ , jeżeli  $-9T = 3k^2 - 7bm$

niewiadomą  $a$ , jeżeli  $P = \frac{2(ab + bc + ac)}{5n}$

niewiadomą  $t$ , jeżeli  $E^3 = -a^2 w^3 + 4tx$

niewiadomą  $n$ , jeżeli  $F = \frac{(p+n)r - 5nc}{2r}$

niewiadomą  $h$ , jeżeli  $M + 2k^2 = k^2 + 9hv$

niewiadomą  $z$ , jeżeli  $S_2 = \frac{(5+z)p^2 - 7z}{2R}$

niewiadomą  $p$ , jeżeli  $6F = 4\pi k^2 - 7\omega p$

**Zadanie 4** Rozwiąż równania:

- 1)  $5x + 1 = 2x + 3$   
 2)  $4x - 5 = 2x + 11$   
 3)  $x - 3(x + 1) = 4$   
 4)  $\frac{1}{2}x + 3 - x = 4$   
 5)  $x^2 + x = x^2 - x$

2

niewiadomą  $g$ , jeżeli  $W = \frac{-3g + (n-2g)r}{7p}$

niewiadomą  $r$ , jeżeli  $-5P = 2\pi g^2 + 7rh$

niewiadomą  $k$ , jeżeli  $R = \frac{(3k - mk + t)r}{4m}$

niewiadomą  $s$ , jeżeli  $w^2 - 4 = 5p^3 a^2 - 13ps$

niewiadomą  $m$ , jeżeli  $S = \frac{7m - 5(k-t)}{10} \cdot a$

niewiadomą  $g$ , jeżeli  $T = \pi RL - 11gd^2$

niewiadomą  $z$ , jeżeli  $A = \frac{9(4+z) - 5gz}{7t}$

- 6)  $x + 3 = 2x - 2$   
 7)  $2(x + 1) = 2x - 3$   
 8)  $\frac{x-4}{3} = 5$   
 9)  $5x(x - 2) - x(5x - 2) = -4$

$$10) \frac{x}{4} - \frac{x+1}{2} = 1$$

$$11) \frac{2x}{3} + \frac{5x}{2} = 19$$

$$12) 4x - 3(x+7) - 5x + 2(x-1) = 9$$

$$13) 4(2y-3) - 5(3y-4) - 7(5-4y) = 1$$

$$14) x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 + 2$$

**Zadanie 5** Rozwiąż nierówności:

$$1) x + 4 > 0$$

$$2) x - 7 > \frac{1}{2}$$

$$3) x - 4(x-1) < 1$$

$$4) 2x + 11 \leq 3(x-3)$$

$$5) 4(x+1) \leq 3x-5$$

$$6) 1\frac{2}{3}x - 8 \geq 7$$

$$7) \frac{x-2}{3} < -4$$

$$8) 5(x+3) \geq 8(10-x)$$

$$9) 4y - 3(20-y) < 6y - 7(11-y)$$

$$10) x + \frac{1}{2} > \frac{3x-5}{4}$$

**Zadania 6** Rozwiąż metodą podstawiania układy równań:

$$1) \begin{cases} x+2y=6 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+3y=12 \\ 2x-y=3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x-y=5 \\ 3x=y-6 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 7x-y+17=0 \\ 5x+6y=8 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2(x-y)+5 \\ \frac{x+y}{3} - x = 1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x-3(y-2x)=4x-3 \\ 2x-y=2 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{5x}{2} + \frac{y}{5} = -4 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$15) \frac{x-2}{3} + \frac{x-1}{2} = \frac{5}{6}x - \frac{7}{6}$$

$$16) \frac{1}{2}(x-5) + \frac{2}{5}(3-x) - 0,7(2x-3) = \frac{4}{5} - 1,3x$$

$$17) \frac{2-3x}{3} - \frac{x+6}{4} + = 1 - \frac{0,5x-3}{2}$$

$$18) \frac{x-2}{2} - (x+1)^2 = (1-x)(1+x)$$

$$11) (x-3)(x+3) - (x-2)^2 \leq 19$$

$$12) \frac{3-2x}{3} + x \geq -1$$

$$13) x(2x-3) + 2x(x-2) < (2x)^2 + 7$$

$$14) \frac{x-3}{2} < \frac{x+1}{3}$$

$$15) (x-1)^2 - 3x > x^2 - 4$$

$$16) x(2-x) + (x+2)(x-2) = 2$$

$$17) (x-3)^2 - (x+2)^2 \geq 0$$

$$18) x - \frac{2(x+1)}{3} \leq 1-x$$

**Zadanie 7** Rozwiąż metodą przeciwnych współczynników układy równań:

$$1) \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x - 6y = 2 \\ 4x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 4x + 6y + 1 = 5y - 3 + 2x \\ 2x + 9y = 4y - 4 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x - 4y = -1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 5x + 6y = -7 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2(x + y) - 3(x - y) = 4 \\ 4(x + y) - 7(x - y) = 4 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = 8 \end{cases}$$

**Zadanie 8** Rozwiąż graficznie układy równań:

$$1) \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 4x + 3 = y \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} -6x + 4y = 8 \\ -3x + 2y = -2 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2(x + 1) - 3(y + 2) = -3 \\ x + 2y = 2x - y + 1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}(y - 3) = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{3}(x - 1) - \frac{1}{2}y = 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \\ \frac{y}{2} - \frac{x}{3} = 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2x + y - 3(x - y) = 4 \\ 4(x + y) - 7x - y = -6 \end{cases}$$

**Zadanie 9** Stosując wzory skróconego mnożenia przekształć wyrażenia:

$$1) (2a + 3)^2 =$$

$$2) (4x + yz)^2 =$$

$$3) \left(\frac{1}{2}a^2b + 2c\right)^2 =$$

$$4) (3 - x)^2 =$$

$$5) (2a - 5b)^2 =$$

$$6) \left(\frac{2}{5}ab^2 - \frac{5}{2}a^2b\right)^2 =$$

$$7) (-2x - 3y)^2 =$$

$$8) (3x^2 + 2x)^2 =$$

$$9) \left(\frac{1}{2}ac + \frac{1}{3}b\right)^2 =$$

$$10) (x^n + 1)^2 =$$

$$11) \left(3xy + \frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$12) (0,5a^2b + 10c^2)^2 =$$

$$13) (4x^2 + 3y^2)^2 =$$

$$14) \left(-3xy - \frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$15) \left(\frac{4}{5}x^2 - 1\frac{1}{4}y^3\right)^2 =$$

$$16) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 2x\right)^2 =$$

$$17) \left(\sqrt{2}a^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 =$$

$$18) \left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b^2\right)\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b^2\right) =$$

$$19) \left(2d^2 - \frac{1}{2}\right)\left(2d^2 + \frac{1}{2}\right) =$$

$$20) (1 + 3ab)(1 - 3ab) =$$

$$21) \left(0,3m + \frac{1}{3}n\right)\left(0,3m + \frac{1}{3}n\right) =$$

$$22) (1,2xy + 1,5z)(1,2xy - 1,5z) =$$

$$23) 4a^2 - 4a^2b^2 =$$

$$24) \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{4}y^2 =$$

$$25) 4y^2 - 8xy + 4x^2 =$$

$$26) x^2 + 2x + 1 =$$

$$27) 4a^2 - 4a + 1 =$$

$$28) y^2 + 4xy + 4x^2 =$$

$$29) 0,04a^4 - 8a^2 + 400 =$$

$$30) z^2 - 6zy + 9y^2 =$$

$$31) b^4 + 2b^2 + 1 =$$

$$32) 25y^2 - 30xy + 9x^2 =$$

$$33) \frac{1}{4}a^2b^2 + \frac{1}{3}ab + \frac{1}{9} =$$

$$34) \frac{4}{9}x^2 - \frac{16}{25}y^2 =$$

$$35) 9x^2y^2 - \frac{4}{9} =$$

$$36) 0,01 - a^2 =$$

$$37) 3a^2 + 6ab + 3b^2 =$$

$$38) 5x^2 - 40x + 80 =$$

$$39) 2a^2 - 2b^2 =$$

$$40) 50x^2 - 18y^2 =$$

$$41) \frac{8}{9}a^2 - \frac{18}{16}b^2 =$$

$$42) 9x^2 - 24x + 16 =$$

$$43) 3p^2 + 75q^2 + 30pq =$$

$$44) 20x^2 + 20xy + 5y^2 =$$

$$45) a^2m + 2am + m =$$

**Zadanie 10** Oblicz:

- 1)  $6\frac{3}{5} - 3\frac{1}{5} =$
- 2)  $6\frac{2}{7} + 3\frac{4}{7} + 2\frac{1}{7} =$
- 3)  $19\frac{16}{21} + (2\frac{6}{21} + 1\frac{12}{21}) =$
- 4)  $4\frac{8}{15} + 6\frac{7}{15} =$
- 5)  $\frac{19}{18} - \frac{7}{18} =$
- 6)  $6\frac{11}{13} - 4\frac{8}{13} =$
- 7)  $4 - \frac{6}{11} =$
- 8)  $5 - 2\frac{3}{4} =$
- 9)  $5\frac{3}{8} - 3\frac{7}{8} =$
- 10)  $24\frac{7}{12} - 15\frac{11}{12} =$
- 11)  $2\frac{2}{5} - \frac{4}{5} + 3\frac{1}{5} =$
- 12)  $5\frac{1}{12} - 2\frac{7}{12} + \frac{5}{12} =$
- 13)  $(4\frac{3}{10} + 2\frac{3}{10}) - (2\frac{7}{10} + 2\frac{9}{10}) =$
- 14)  $(9\frac{1}{15} + 2\frac{11}{15}) + (6\frac{7}{15} - 4\frac{8}{15}) =$
- 15)  $[(1\frac{3}{10} + 8\frac{9}{10}) - 5\frac{1}{10}] + (7\frac{9}{10} - 6\frac{7}{10}) =$
- 16)  $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} =$
- 17)  $\frac{4}{5} + \frac{5}{6} =$
- 18)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} =$
- 19)  $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$
- 20)  $\frac{2}{3} + \frac{8}{9} + \frac{13}{27} =$
- 21)  $\frac{5}{16} + \frac{3}{8} + \frac{1}{3} =$
- 22)  $\frac{3}{5} + 2\frac{3}{4} =$
- 23)  $7\frac{2}{3} + 5\frac{5}{6} =$
- 24)  $2\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$
- 25)  $3\frac{1}{5} + 1\frac{4}{15} =$
- 26)  $3\frac{5}{6} + 1\frac{3}{5} + 2\frac{8}{15} =$
- 27)  $7\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} + 4\frac{7}{9} =$

- 28)  $6\frac{2}{7} + 4\frac{5}{14} + 1\frac{3}{4} =$
- 29)  $(4\frac{1}{2} + 3\frac{3}{5}) + (3\frac{1}{2} + 2\frac{7}{10}) =$
- 30)  $(6\frac{3}{10} + 1\frac{4}{5}) + (2\frac{2}{5} + 3\frac{1}{2}) =$
- 31)  $\frac{4}{9} - \frac{1}{6} =$
- 32)  $\frac{5}{6} - \frac{3}{7} =$
- 33)  $4\frac{3}{16} - \frac{5}{8} =$
- 34)  $2\frac{1}{18} - \frac{9}{12} =$
- 35)  $3\frac{1}{8} - 1\frac{1}{3} =$
- 36)  $12\frac{2}{7} - 6\frac{1}{2} =$
- 37)  $4\frac{1}{8} - 2\frac{5}{6} =$
- 38)  $8\frac{3}{10} - 3\frac{7}{15} =$
- 39)  $5\frac{3}{8} - 1\frac{7}{10} =$
- 40)  $9\frac{3}{10} - 5\frac{5}{6} =$
- 41)  $9\frac{11}{40} - 7\frac{18}{25} =$
- 42)  $8\frac{17}{50} - 4\frac{37}{75} =$
- 43)  $(3\frac{2}{3} + 2\frac{4}{5}) - (6\frac{1}{2} - 3\frac{3}{4}) =$
- 44)  $(9\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2}) + (5\frac{1}{3} - 3\frac{2}{5}) =$
- 45)  $(16\frac{4}{15} - 5\frac{3}{4}) - (9\frac{5}{12} - 4\frac{13}{20}) =$
- 46)  $\frac{1}{2} \cdot 4 =$
- 47)  $\frac{2}{3} \cdot 3 =$
- 48)  $\frac{2}{5} \cdot 3 =$
- 49)  $\frac{4}{5} \cdot 2 =$
- 50)  $\frac{7}{8} \cdot 10 =$
- 51)  $\frac{7}{12} \cdot 9 =$
- 52)  $8\frac{1}{2} \cdot 7 =$
- 53)  $4 \cdot 2\frac{3}{4} =$
- 54)  $\frac{4}{7} \cdot 5 + 4 \cdot \frac{4}{5} + 7 \cdot \frac{1}{2} =$

- 55)  $2\frac{4}{5} \cdot 3 + 1\frac{5}{7} \cdot 4 + 3 \cdot 3\frac{1}{10} =$
- 56)  $\frac{3}{4} : 2 =$
- 57)  $\frac{5}{6} : 3 =$
- 58)  $\frac{4}{9} : 5 =$
- 59)  $\frac{5}{12} : 5 =$
- 60)  $6\frac{3}{5} : 3 =$
- 61)  $2\frac{1}{2} : 10 =$
- 62)  $4\frac{3}{8} : 14 =$
- 63)  $12\frac{1}{2} : 50 =$
- 64)  $6\frac{1}{4} : 5 + 2\frac{3}{4} : 3 + 2\frac{1}{2} : 9 =$
- 65)  $2\frac{1}{3} : 7 + 3\frac{2}{3} : 11 + 6\frac{2}{3} : 4 =$
- 66)  $(3\frac{7}{8} + 7\frac{9}{10}) : 2 =$
- 67)  $\frac{14\frac{7}{12} + 6\frac{5}{12}}{9\frac{8}{15} + 11\frac{7}{15}} =$
- 68)  $\frac{2\frac{3}{8} + 6\frac{7}{8} - 3\frac{2}{8}}{14\frac{5}{12} - (4\frac{3}{12} + 4\frac{2}{12})} =$
- 69)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} =$
- 70)  $\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5} =$
- 71)  $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{36} =$
- 72)  $\frac{7}{12} \cdot \frac{36}{49} =$
- 73)  $\frac{30}{31} \cdot \frac{62}{65} =$
- 74)  $\frac{7}{18} \cdot \frac{16}{21} =$
- 75)  $3\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} =$
- 76)  $\frac{7}{18} \cdot 3\frac{1}{3} =$
- 77)  $4\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{11} =$
- 78)  $2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} =$
- 79)  $4\frac{2}{5} \cdot 1\frac{1}{3} =$

$$80) 7\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{15} =$$

$$81) \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$82) \frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} =$$

$$83) \frac{24}{35} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{6} =$$

$$84) \frac{8}{13} \cdot \frac{26}{41} \cdot \frac{41}{28} =$$

$$85) 1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{5} =$$

$$86) 1\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{8} =$$

$$87) 3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{5} \cdot 3\frac{3}{4} =$$

$$88) \frac{4}{9} : \frac{2}{14} =$$

$$89) \frac{5}{17} : \frac{10}{11} =$$

$$90) \frac{9}{10} : \frac{3}{14} =$$

$$91) \frac{18}{25} : \frac{4}{5} =$$

$$92) \frac{4}{35} : \frac{2}{7} =$$

$$93) 1\frac{1}{2} : \frac{3}{4} =$$

$$94) 2\frac{1}{3} : \frac{7}{9} =$$

$$95) 8\frac{2}{3} : \frac{2}{5} =$$

$$96) 15\frac{2}{5} : 2\frac{1}{5} =$$

$$97) 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} =$$

$$98) 5\frac{2}{3} : 2\frac{1}{6} =$$

$$99) \frac{2\frac{1}{3} : 7}{3\frac{1}{2}} =$$

$$100) \frac{3\frac{2}{3} : 11}{6\frac{2}{3} : 4} =$$

$$101) \frac{6\frac{1}{4} : 2\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2} : 2} =$$

$$102) \frac{4\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6}}{1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}} =$$

$$103) 4 - 2\frac{1}{4} : 2 =$$

$$104) 2\frac{1}{3} \cdot 6 - 3\frac{1}{3} : 2\frac{1}{6} =$$

$$105) (5 : 1\frac{2}{3} + 6\frac{1}{2}) \cdot 2 =$$

$$106) (12\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) \cdot 12 : 1\frac{1}{3} =$$

$$107) \frac{2}{9} \cdot 4,5 - \frac{1}{7} =$$

$$108) 6\frac{2}{9} : 4\frac{2}{3} + 1,4 =$$

$$109) (\frac{3}{4} + 1\frac{1}{6}) \cdot 0,5 - \frac{1}{3} =$$

$$110) \frac{3}{4} \cdot 5,2 - 2,2 : 1\frac{5}{6} =$$

$$111) 1\frac{1}{4} \cdot (3,6 - \frac{2}{5}) - 0,25 =$$

$$112) 4\frac{3}{5} : (11,4 - 8\frac{1}{3}) + 0,5 =$$

$$113) 4\frac{2}{7} \cdot 3,5 - (8\frac{1}{3} - 4\frac{1}{2}) : \frac{5}{6} =$$

$$114) (\frac{3}{4} + 6,4 : \frac{8}{15}) \cdot 0,8 =$$

$$115) \frac{2\frac{1}{4} \cdot 3 - 4,2}{0,25} =$$

$$116) 7,24 - \frac{6,4}{3\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{8} - 2,5} =$$

$$117) (\frac{2}{9} + 1,4) \cdot 3\frac{3}{5} + 6\frac{1}{4} : 2,5 =$$

$$118) [(16\frac{2}{7} \cdot 1\frac{3}{4} + 8,4) \cdot \frac{1}{2} - 6,5] : 5 =$$

$$119) \frac{4\frac{2}{19} \cdot 3\frac{1}{6} - 5,2}{6 + 3\frac{1}{4} : 0,5} =$$

**Zadanie 11** Oblicz:

$$1) \left[ \frac{(0,5)^2 - \frac{5}{36}}{(\frac{1}{3})^2} + 4 : 3\frac{1}{4} \right] \cdot \sqrt{1\frac{25}{144}} - 1\frac{5}{12} =$$

$$2) 10,1 - \left[ 2,3 \cdot \frac{2}{23} - \frac{2}{(\sqrt{3})^2} \right] : (-4\frac{2}{3}) + \sqrt{3\frac{1}{16}} - 1\frac{3}{4} =$$

$$3) \left[ \sqrt{1\frac{7}{9}} - \frac{\frac{1}{25}}{(0,2)^2} + 1\frac{2}{3} \right] : (\frac{3}{2})^{-1} - \sqrt{1\frac{11}{25}} =$$

$$4) \left[ \sqrt{1\frac{9}{16}} - \frac{\frac{1}{16}}{(0,25)^2} + 2\frac{3}{4} \right] \cdot \frac{11}{30} + \frac{(-2)^2}{6} : 0,8 =$$

$$5) \frac{(-\frac{1}{2})^2 - \sqrt{20\frac{1}{4}}}{(\sqrt{3})^2 + 3 \cdot \sqrt{2\frac{1}{4}}} : (\sqrt{5\frac{2}{3}})^2 + (1\frac{2}{3})^2 - \frac{4}{9} =$$

$$6) \left[ \frac{\frac{1}{2} : (-\frac{3}{4}) - (-\frac{1}{6})^{-1}}{6\frac{1}{5} : (-\frac{1}{2})} \right] : \sqrt[3]{4\frac{17}{27}} + \frac{3}{8} \cdot (-\frac{2}{3})^2 =$$

$$7) (\frac{3}{5})^{-2} \cdot \sqrt{1 - \frac{81}{225}} + \left[ \frac{(3\sqrt{3})^2 - \sqrt{1\frac{9}{16}} + (-\frac{1}{2})^2}{(\frac{\sqrt{7}}{2})^2 + (\frac{3\sqrt{5}}{2})^2} \right] =$$

$$8) 10,1 - \left[ 2,3 \cdot \frac{2}{23} - \frac{2}{(\sqrt{3})^2} \right] : (-4\frac{2}{3}) + \sqrt{3\frac{1}{16}} - 1\frac{3}{4} =$$

## II. Liczby rzeczywiste

**Zadanie 1** Określ wartość logiczną zdań:

- 1) Liczba  $3\frac{11}{7}$  jest większa od 4.
- 2) Nieprawda, że  $7 < 3$ .
- 3) Suma dwóch liczb nieparzystych jest liczbą nieparzystą.
- 4) Nieprawda, że kąt miary  $113^\circ$  jest rozwarty.
- 5) Jeśli  $2 > 3$ , to  $0 = m - 1$ .
- 6) Liczba 6 jest parzysta i dzieli się przez 3.
- 7)  $2 \neq 3 \vee 2 > 4$
- 8) Kwadrat jest rombem lub prostokątem.
- 9) Jeżeli  $\pi < 4$ , to  $\pi = 3,14$ .
- 10)  $2 + 3 = 7 \Leftrightarrow 5 > 6$ .

**Zadanie 2** Uzupełnij tabelkę wartości logicznych:

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
			0		
		1			
				1	0
				0	

**Zadanie 3** Używając zdań:  $p: 86 - 80 = 16$ ,  $q: \sqrt{\sqrt{81}} = 3$ ,  $r$ : rąb jest równoległobokiem,  $s$ : liczba 52 jest liczbą pierwszą, zapisz słownie zdania:  $p \wedge s$ ,  $r \wedge q$ ,  $s \Rightarrow q$ ,  $r \Leftrightarrow p$ ,  $s \vee r$ ,  $p \vee q$ ,  $q \Leftrightarrow s$ ,  $r \Rightarrow p$ .

**Zadanie 4** Zapisz zbiór, którego elementami są:

- 1) wszystkie rozwiązania równania  $2x + 3 = 1$ ;
- 2) wszystkie liczby naturalne, które są rozwiązaniami nierówności  $1 + 3x < 10$ ;
- 3) wszystkie całkowite podzielniki liczby 12;
- 4) wszystkie cyfry liczby 321 562 314;
- 5) wszystkie liczby rzeczywiste większe od 2 i mniejsze od 1;

**Zadanie 5** Niech  $A = \{-5, -3, 5, 4, 8, 12\}$ ,  $B = \{-2, -4, -5, 7, 12\}$ ,  $C = \{1, 3, 7, 8\}$ . Wyznacz zbiory:

- |                          |                             |
|--------------------------|-----------------------------|
| $A \cup B$               | 4) $(A \setminus B) \cup C$ |
| $(A \cup B) \setminus B$ | 5) $C \setminus (A \cap B)$ |
| $C \setminus A$          | 6) $(A \cap B) \cup C$      |

**Zadanie 6** Wypisz elementy zbioru:

- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| 1) $A = \{x \in R :  x  = 5\}$   | 4) $B = \{x \in N :  x  < 3\}$            |
| 2) $C = \{x \in R : x^2 = 4\}$   | 5) $D = \{x \in C : x + 17 = -5\}$        |
| 3) $E = \{x \in N : 1 < x < 3\}$ | 6) $F = \{x \in N : 3x - 7 \leq 2x - 9\}$ |

**Zadanie 7** Dane są zbiory:  $D$  – zbiór dzielników liczby 24;  $E$  – zbiór liczb naturalnych jednocyfrowych. Wypisz elementy zbiorów:  $D \cup E$ ,  $D \cap E$ ,  $D \setminus E$ ,  $E \setminus D$ .

**Zadanie 8** Ze zbioru liczb:  $\{-47; -29,375; -13\frac{13}{17}; -3, (45); 0; 2\frac{5}{5}; 3\frac{3}{4}; \sqrt{9}; \sqrt{12}; \frac{20}{4}; 11,666\dots; \sqrt[3]{1600}; 25,262728\dots; 2\pi; 7\sqrt[3]{99}\}$  wypisz liczby

- |              |                |
|--------------|----------------|
| 1) naturalne | 3) wymierne    |
| 2) całkowite | 4) niewymierne |

**Zadanie 9** Niech:  $N$  – zbiór liczb naturalnych,  $C$  – zbiór liczb całkowitych,  $W$  – zbiór liczb wymiernych ( $W_+$  - wymierne dodatnie,  $W_-$  - wymierne ujemne),  $NW$  – zbiór liczb niewymiernych,  $R$  – zbiór liczb rzeczywistych. Zapisz symbolicznie zbiory:

- |            |                |                       |                       |
|------------|----------------|-----------------------|-----------------------|
| $N \cup C$ | 6) $NW \cup W$ | 11) $N \cap NW$       | 16) $R \setminus W$   |
| $N \cup W$ | 7) $W \cup R$  | 12) $R \cap C$        | 17) $R \setminus NW$  |
| $N \cup R$ | 8) $NW \cup R$ | 13) $C \setminus N$   | 18) $W \setminus W_-$ |
| $C \cup W$ | 9) $N \cap C$  | 14) $C \setminus W$   | 19) $W \setminus NW$  |
| $R \cup C$ | 10) $N \cap W$ | 15) $W \setminus W_+$ | 20) $NW \setminus R$  |



**Zadanie 10** Zamień ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne lub odwrotnie:

- |                    |                     |                     |                        |                       |                    |           |
|--------------------|---------------------|---------------------|------------------------|-----------------------|--------------------|-----------|
| 1) $\frac{2}{5}$   | 6) $-\frac{10}{15}$ | 11) $-\frac{4}{9}$  | 17) $2\frac{13}{20}$   | 22) $-4\frac{5}{12}$  | 28) 0,65           | 35) 1,08  |
| 2) $\frac{3}{4}$   | 7) $\frac{2}{3}$    | 12) 2,4             | 18) $-5\frac{11}{16}$  | 23) $9\frac{8}{11}$   | 29) 1,875          | 36) 0,037 |
| 3) $\frac{13}{20}$ | 8) $\frac{7}{11}$   | 13) 0,75            | 19) $3\frac{23}{32}$   | 24) $-1\frac{12}{13}$ | 30) -3,25          | 37) 10,52 |
| 4) $\frac{17}{40}$ | 9) $-\frac{5}{6}$   | 14) 1,375           | 20) $-1\frac{89}{125}$ | 25) $7\frac{11}{15}$  | 31) $4\frac{3}{4}$ | 38) 1,078 |
| 5) $\frac{43}{10}$ | 10) $\frac{23}{35}$ | 15) -3,08           | 21) $3\frac{6}{7}$     | 26) 0,8               | 32) 4,2            |           |
|                    |                     | 16) $\frac{17}{25}$ |                        | 27) 3,2               | 33) 0,85           |           |
|                    |                     |                     |                        |                       | 34) 0,352          |           |

**Zadanie 11** Zamień ułamki dziesiętne okresowe na ułamki zwykłe:

- |             |              |               |             |            |             |            |
|-------------|--------------|---------------|-------------|------------|-------------|------------|
| 1) 0,333... | 4) 0,(4)     | 7) 0,2525...  | 10) 0,(34)  | 13) 6,(45) | 16) 8,(585) | 19) 0,(1)  |
| 2) 0,666... | 5) 0,(8)     | 8) 0,0303...  | 11) 0,(521) | 14) 0,(81) | 17) 0,(37)  | 20) 0,3(7) |
| 3) 0,777... | 6) 0,1414... | 9) 0,231231.. | 12) 1,(24)  | 15) 1,(15) | 18) 3,(71)  | 21) 0,(9)  |

**Zadanie 12** Przedstaw na osi przedziały:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\langle -1; 6 \rangle, \langle -5; 1 \rangle, \langle 0; 4 \rangle, \langle 3; 7 \rangle$ | 3) $[-4; 7], \langle -2; 4 \rangle, (-3; 5], (-6; 0)$       |
| 2) $(-\infty; -9), [2; \infty), (-\infty; 4], (-5; \infty)$                                   | 4) $(5; \infty), (-\infty; -3], [8; \infty), (-\infty; -1)$ |

**Zadanie 13** Wyznacz zbiory:  $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$ , jeżeli:

- |  |   |
|--|---|
| 1) $A = \langle -1; 2 \rangle, B = \langle 0; 3 \rangle$ | 5) $A = (-\infty; -5), B = (1, \infty)$           |
| 2) $A = [-4, 7), B = (-3, 8]$                            | 6) $A = \langle -5; -2 \rangle, B = (-3; \infty)$ |
| 3) $A = (-8, -1), B = \langle -3, -2 \rangle$            | 7) $A = [-1; 10), B = (-\infty; 0]$               |
| 4) $A = (-\infty; 3], B = [3; \infty)$                   |   |

**Zadanie 14** Uzupełnij tabelkę:

Nazwa zbioru	Oznaczenie	Warunek, który spełniają liczby należące do zbioru	Ilustracja graficzna
przedział obustronnie otwarty od -1 do 3	$(-1; 3)$	$-1 < x < 3$	
	$\langle 8; 15 \rangle$		
		$x \geq 2$	
	$(-\infty, -4)$		
przedział nieskończony otwarty do 1			

**Zadanie 15** Podaj wartości bezwzględne liczb:

1)  $7; 12; 3,78; \frac{2}{7}; 9\frac{1}{6}; \sqrt[3]{9}; \pi$

2)  $-5; -\pi; -\sqrt{7}; -6,013; -\frac{3}{17}; -8\frac{4}{11}$

**Zadanie 16** Oblicz:

1)  $|3+7| =$

2)  $|10-1\frac{1}{5}| =$

3)  $|-2,3|+|4,6|+|-11,5| =$

4)  $|2\cdot 4\frac{2}{3}-5| =$

**Zadanie 17** Rozwiąż równania i przedstaw ilustrację graficzną rozwiązań:

1)  $|x| = 3$

3)  $|x| = 3,6$

5)  $|x| = 3\frac{1}{4}$

7)  $|x| = -7\pi$

2)  $|x| = \frac{7}{8}$

4)  $|x| = -5\frac{1}{2}$

6)  $|x| = \sqrt{2}$

**Zadanie 18** Rozwiąż graficznie nierówności:

1)  $|x| \leq 10$

3)  $|x| > \sqrt{3}$

5)  $|x| < 3$

7)  $|x| \leq 3\frac{2}{5}$

2)  $|x| < 8$

4)  $|x| > 0$

6)  $|x| \geq \sqrt{8}$

8)  $|x| \geq -5$

**Zadanie 19** Zapisz bez użycia symbolu wartości bezwzględnej:

1)  $|x-5| =$

3)  $|4x-3| =$

5)  $|3x-12| =$

7)  $|7-x| =$

9)  $|5-3x| =$

2)  $|2x+7| =$

4)  $|9-x| =$

6)  $|x+9| =$

8)  $|6-2x| =$

10)  $|7x+2| =$

**Zadanie 20** Rozwiąż równania wykorzystując interpretację graficzną wartości bezwzględnej:

1)  $|x+1| = 4$

4)  $|x+4| = 3,5$

7)  $|2+x| = 2$

10)  $|3x+1| = 1$

13)  $|3x-1| - 1$

2)  $|x-1| = 3$

5)  $|x-4| = -2$

8)  $|6-x| = 1,5$

11)  $|2+\frac{1}{3}x| = 2$

14)  $|-3x+4| = 5$

3)  $|x-3| = 5$

6)  $|x-4| = 1$

9)  $|2x-6| = 10$

12)  $|\frac{1}{2}x+4| = 3$

**Zadanie 21** Rozwiąż nierówności wykorzystując interpretację graficzną wartości bezwzględnej:

1)  $|x+3| < 5$

4)  $|x+1| \leq 3$

7)  $|8-x| < 1$

10)  $|4x-2| > 8$

13)  $|7-3x| > -2$

2)  $|x-2| \leq 2$

5)  $|x-4| \geq 2$

8)  $|5-x| \geq 4$

11)  $|2x+4| \leq 1$

14)  $|\frac{2}{3}x+1| > 2$

3)  $|x+2| > 1$

6)  $|x+6| > 3$

9)  $|3x-12| < 5$

12)  $|2-\frac{1}{2}x| \geq 1$

15)  $|4-3x| < -1$

**Zadanie 22** Oblicz:

- |                         |                           |                             |                              |                                   |
|-------------------------|---------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $(-\frac{3}{2})^2 =$ | 5) $(\frac{1}{2})^8 =$    | 9) $5^{-2} =$               | 13) $(1,5)^{-5} =$           | 17) $(\frac{3}{\sqrt{2}})^{-2} =$ |
| 2) $(-\frac{2}{3})^3 =$ | 6) $(0,2)^4 =$            | 10) $(\frac{1}{3})^{-2} =$  | 14) $(2\frac{1}{2})^{-1} =$  | 18) $(-2\sqrt{3})^{-2} =$         |
| 3) $(-3)^4 =$           | 7) $(\frac{2}{5})^{-1} =$ | 11) $(-2)^{-4} =$           | 15) $(-1\frac{2}{3})^2 =$    |                                   |
| 4) $12345^0 =$          | 8) $3^{-1} =$             | 12) $(-\frac{3}{7})^{-3} =$ | 16) $(-2\frac{1}{3})^{-2} =$ |                                   |

**Zadanie 23** Uprość wyrażenia:

- |  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| 1) $(a^4 \cdot a^3) : a^2 =$               | 7) $[(y^2)^3 \cdot y^3]^2 : (y^{16} : y^9) =$ | 11) $\frac{x^{-5} : x^3}{x^2} \cdot x^{-6} =$            | 15) $\left(\frac{-3x^{-3}y}{y^{-5}x^4}\right)^{-2} =$                |
| 2) $(x^7 : x^3) : x^4 =$                   | 8) $\frac{a^8 : a^3}{(a^2)^3 : a^5} =$        | 12) $[(3ab^2)^{-3} \cdot (3ab^{-1})^2]^5 =$              | 16) $(m^{-3} : m^4) \cdot \frac{m^{-4} \cdot m^8}{(m : m^5)^{-2}} =$ |
| 3) $[b \cdot (b^2 \cdot b^4)] : b^5 =$     | 9) $m^{-9} : [(m^{-3} : m) \cdot m^5] =$      | 13) $\frac{xy^{-2}}{(xy)^{-2}} \cdot \frac{x^3y}{y^6} =$ |  |
| 4) $[(m^2 \cdot m^4) : (m^3 \cdot m)]^3 =$ | 10) $[(xy)^{-2}]^3 \cdot (xy^{-3})^4 =$       | 14) $[m^{-2}n^{-1}]^3 : (m^{-7}n^4) =$                   |  |
| 5) $[(z^4)^2 \cdot z^3 : z^7]^2 =$         |   |  |  |
| 6) $x^2 \cdot [(xy^2)^3]^2 =$              |   |  |  |

**Zadanie 24** Zapisz podane liczby w postaci wykładniczej:

- |                      |                         |                       |                             |
|----------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------------|
| 1) 23 000 000        | 3) 326 000 000 000      | 5) 17 985 000 000 000 | 7) 456 130 000 000 000 000  |
| 2) 0,000 000 000 129 | 4) 0,000 000 000 000 97 | 6) 0,000 000 156 247  | 8) 0,000 000 000 000 000 19 |

**Zadanie 25** Zapisz liczby w postaci dziesiętnej:

- |                         |                             |                               |                          |
|-------------------------|-----------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| 1) $3,15 \cdot 10^{15}$ | 3) $9,7 \cdot 10^9$         | 5) $0,20035 \cdot 10^{25}$    | 7) $4,093 \cdot 10^{32}$ |
| 2) $1,9 \cdot 10^{-15}$ | 4) $1,03796 \cdot 10^{-13}$ | 6) $1,0003009 \cdot 10^{-21}$ | 8) $8 \cdot 10^{-17}$    |

**Zadanie 26** Doprowadź do najprostszej postaci:

- |  |  |   |
|--|--|---|
| 1) $2,9 \cdot 10^{23} \cdot 0,13 \cdot 10^5 =$       | 3) $3 \cdot 10^{-19} \cdot 7,5 \cdot 10^{15}$    | 5) $(0,923 \cdot 10^{-25}) : (0,3 \cdot 10^{-18}) =$  |
| 2) $0,015 \cdot 10^{-13} \cdot 8,64 \cdot 10^{28} =$ | 4) $(1,02 \cdot 10^{-13}) : (6 \cdot 10^{-9}) =$ | 6) $(7,222 \cdot 10^{19}) : (0,001 \cdot 10^{-11}) =$ |

**Zadanie 27** Zapisz liczby w postaci potęgi:

- |                  |                       |                         |                             |                                 |                                |                               |
|------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------------|---------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| 1) $\sqrt{7}$    | 4) $\sqrt[5]{7}$      | 7) $\sqrt[3]{12^5}$     | 10) $3 \cdot \sqrt[5]{3}$   | 12) $\frac{1}{\sqrt{11}}$       | 14) $\frac{1}{\sqrt[5]{13^3}}$ | 16) $\frac{1}{\sqrt[7]{5^4}}$ |
| 2) $\sqrt{2}$    | 5) $\sqrt{2^5}$       | 8) $\sqrt[4]{2^7}$      | 11) $\frac{1}{\sqrt[8]{6}}$ | 13) $\sqrt[6]{2} : \sqrt[3]{2}$ | 15) $9 : \sqrt[4]{9}$          |                               |
| 3) $\sqrt[4]{3}$ | 6) $\sqrt[7]{4^{-3}}$ | 9) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ |                             |                                 |                                |                               |

**Zadanie 28** Zapisz liczby w postaci pierwiastka:

1)  $3^{\frac{1}{2}}$

3)  $7^{\frac{2}{3}}$

5)  $13^{-\frac{2}{3}}$

7)  $(2,5)^{1,5}$

9)  $(1,4)^{-\frac{2}{9}}$

11)  $(7^{-\frac{1}{3}})^{\frac{2}{5}}$

2)  $5^{\frac{1}{4}}$

4)  $11^{\frac{3}{7}}$

6)  $5^{-\frac{6}{7}}$

8)  $(\frac{2}{7})^{0,25}$

10)  $(5^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$

12)  $(\frac{3}{7})^{\frac{2}{3}} \cdot (\frac{3}{7})^{-\frac{1}{2}}$

**Zadanie 29** Oblicz:

1)  $8^{-\frac{4}{3}}$

6)  $125^{\frac{2}{3}}$

11)  $(1,69)^{-\frac{1}{2}}$

15)  $(2^{\frac{1}{2}})^{\frac{4}{5}}$

2)  $27^{\frac{2}{3}}$

7)  $16^{0,25}$

12)  $(0,729)^{-\frac{1}{3}}$

16)  $4^{\frac{3}{4}} : 4^{\frac{1}{3}}$

3)  $3^3 \cdot 27^{-\frac{4}{3}}$

8)  $(0,16)^{\frac{1}{4}}$

13)  $3^{\frac{1}{2}} : 3^{\frac{3}{4}}$

4)  $2^2 \cdot (-8)^{\frac{2}{3}}$

9)  $(\frac{49}{16})^{-\frac{1}{2}}$

14)  $64^{\frac{1}{2}} : 64^{\frac{1}{3}}$

5)  $(0,008)^{\frac{1}{3}}$

10)  $16^{-\frac{3}{2}}$

**Zadanie 30** Doprowadź do najprostszej postaci:

1)  $\frac{16^{\frac{1}{3}} \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}}{8^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{2}} =$

2)  $3^4 \sqrt[3]{81} \cdot (\frac{1}{3})^{\frac{2}{3}} \cdot 9^{-\frac{3}{2}} \cdot (\frac{1}{27})^{-\frac{2}{3}} =$

3)  $\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x^3}} =$

4)  $\frac{\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt{x}}{x^{\frac{1}{3}}} =$

**Zadanie 31** Oblicz:

1)  $\sqrt{36}$

8)  $\sqrt{144}$

14)  $\sqrt{\frac{9}{25}}$

20)  $\sqrt{12\frac{1}{4}}$

26)  $\sqrt{4\frac{25}{36}}$

32)  $\sqrt{81} - \sqrt{49} =$

2)  $\sqrt{16}$

9)  $\sqrt{6400}$

15)  $\sqrt{1,44}$

21)  $\sqrt{1\frac{7}{9}}$

27)  $\sqrt{3,61}$

33)  $\frac{\sqrt{100} - \sqrt{25}}{\sqrt{100} + \sqrt{25}} =$

3)  $\sqrt{1000000}$

10)  $\sqrt{0,01}$

16)  $\sqrt{2,56}$

22)  $\sqrt{3\frac{13}{36}}$

28)  $(\sqrt{16})^2$

34)  $\sqrt{\sqrt{25} + \sqrt{16}} =$

4)  $\sqrt{0}$

11)  $\sqrt{0,49}$

17)  $\sqrt{\frac{25}{144}}$

23)  $\sqrt{2,89}$

29)  $(\sqrt{81})^4$

35)  $\sqrt{13 - \sqrt{144}} =$

5)  $\sqrt{1}$

12)  $\sqrt{2,25}$

18)  $\sqrt{\frac{81}{400}}$

24)  $\sqrt{\frac{64}{900}}$

30)  $(\sqrt{6,25})^2$

36)  $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{9}}} =$

6)  $\sqrt{400}$

13)  $\sqrt{\frac{4}{6}}$

19)  $\sqrt{0,0256}$

25)  $\sqrt{3\frac{1}{16}}$

31)  $\sqrt{25} + \sqrt{16} =$

7)  $\sqrt{121}$

**Zadanie 32** Oblicz:

1)  $4 \cdot \sqrt{\frac{81}{16}} + 5 \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} =$

2)  $2 \cdot \sqrt{\frac{1}{25}} + 3 \cdot \sqrt{\frac{4}{9}} - 4 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} =$

3)  $7 \cdot \sqrt{0,09} + 5 \cdot \sqrt{2,56} - 12 \cdot \sqrt{3,61} =$

**Zadanie 33** Wylącz czynnik przed znak pierwiastka:

- |                |                 |                |                 |                  |                  |                  |
|----------------|-----------------|----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|
| 1) $\sqrt{27}$ | 3) $\sqrt{52}$  | 5) $\sqrt{98}$ | 7) $\sqrt{243}$ | 9) $\sqrt{250}$  | 11) $\sqrt{48}$  | 13) $\sqrt{108}$ |
| 2) $\sqrt{20}$ | 4) $\sqrt{300}$ | 6) $\sqrt{32}$ | 8) $\sqrt{99}$  | 10) $\sqrt{112}$ | 12) $\sqrt{147}$ |                  |

**Zadanie 34** Włącz czynnik pod znak pierwiastka:

- |                |                |                |                |                |                |                 |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|
| 1) $2\sqrt{5}$ | 2) $5\sqrt{3}$ | 3) $2\sqrt{3}$ | 4) $3\sqrt{2}$ | 5) $5\sqrt{6}$ | 6) $8\sqrt{7}$ | 7) $2\sqrt{11}$ | 8) $4\sqrt{3}$ |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|

**Zadanie 35** Oblicz:

- |  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| 1) $\sqrt{121 \cdot 169} =$              | 12) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$                      | 24) $\sqrt{0,32} \cdot \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{0,5} \cdot \sqrt{1000} =$ | 35) $\frac{1}{3}\sqrt{72} - 0,5\sqrt{200} + \frac{2}{3}\sqrt{18} - 0,8\sqrt{32} =$ |
| 2) $\sqrt{36 \cdot 49} =$                | 13) $\sqrt{40} \cdot \sqrt{10} =$                     | 25) $\sqrt{32} : \sqrt{2} =$  | 36) $2,5\sqrt{1,44} - (3\sqrt{2,56} - 1,2\sqrt{2,25}) =$                           |
| 3) $\sqrt{100 \cdot 625} =$              | 14) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} =$                      | 26) $\sqrt{1,25} : \sqrt{0,05} =$                                       | 37) $3\sqrt{2}(\frac{1}{3}\sqrt{6} - \frac{1}{2}\sqrt{50}) =$                      |
| 4) $\sqrt{0,01 \cdot 16} =$              | 15) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} =$                      | 27) $\sqrt{52} : \sqrt{13} =$   | 38) $(3\sqrt{12} - 5\sqrt{48}) \cdot (-3\sqrt{3}) =$                               |
| 5) $\sqrt{0,04 \cdot 169 \cdot 25} =$    | 16) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{125} =$                     | 28) $\sqrt{1\frac{3}{4}} : \sqrt{3\frac{15}{16}} =$                     | 39) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2 =$  |
| 6) $\sqrt{0,25 \cdot 0,64 \cdot 0,09} =$ | 17) $\sqrt{54} \cdot \sqrt{6} =$                      | 29) $\sqrt{5\frac{2}{3}} : \sqrt{2\frac{1}{25}} =$                      | 40) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) =$                                 |
| 7) $\sqrt{144 \cdot 169 \cdot 2,25} =$   | 18) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{16,9} =$                   | 30) $\sqrt{40} : \sqrt{2,5} =$  | 41) $(\sqrt{2} - \sqrt{6})(\sqrt{2} + \sqrt{6}) =$                                 |
| 8) $\sqrt{4900} =$                       | 19) $\sqrt{14,4} \cdot \sqrt{10} =$                   | 31) $\sqrt{120} : \sqrt{30} =$  | 42) $(2\sqrt{7} + 3)^2 =$  |
| 9) $\sqrt{1690000} =$                    | 20) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{10} =$       | 32) $\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{98} =$                                | 43) $(4 - 3\sqrt{5})^2 =$  |
| 10) $\sqrt{0,0144} =$                    | 21) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} =$        | 33) $0,2\sqrt{50} + 0,8\sqrt{72} - 0,3\sqrt{32} =$                      | 44) $(9\sqrt{6} - 2\sqrt{10})(9\sqrt{6} + 2\sqrt{10}) =$                           |
| 11) $\sqrt{0,0225} =$                    | 22) $\sqrt{0,2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{10} =$     | 34) $6\sqrt{24} - 3\sqrt{54} - 2\sqrt{150} =$                           |  |
|  | 23) $\sqrt{1,8} \cdot \sqrt{0,2} \cdot \sqrt{1000} =$ |   |  |

**Zadanie 36** Usuń niewymierność z mianownika:

- |                           |  |                                     |                                       |  |
|---------------------------|--|-------------------------------------|---------------------------------------|--|
| 1) $\frac{5}{\sqrt{2}}$   | 6) $\frac{2}{3\sqrt{7}}$                     | 11) $\frac{2}{2-\sqrt{3}}$          | 16) $\frac{\sqrt{2}-3}{3-\sqrt{2}}$   | 20) $\frac{7-8\sqrt{6}}{2\sqrt{3}+6}$          |
| 2) $\frac{8}{\sqrt{3}}$   | 7) $\frac{3}{2\sqrt{5}}$                     | 12) $\frac{3}{\sqrt{2}+1}$          | 17) $\frac{3\sqrt{5}+4}{2\sqrt{5}-3}$ | 21) $\frac{2\sqrt{12}-3\sqrt{3}}{1-5\sqrt{3}}$ |
| 3) $\frac{6}{5\sqrt{3}}$  | 8) $\frac{2\sqrt{3}-3}{4\sqrt{3}}$           | 13) $\frac{5}{\sqrt{5}-2}$          | 18) $\frac{4-2\sqrt{3}}{2-3\sqrt{3}}$ |  |
| 4) $\frac{-4}{3\sqrt{8}}$ | 9) $\frac{1-5\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$           | 14) $\frac{7}{\sqrt{2}+3}$          | 19) $\frac{3\sqrt{2}-4}{\sqrt{3}+5}$  |  |
| 5) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$  | 10) $\frac{3\sqrt{50}-5\sqrt{18}}{\sqrt{8}}$ | 15) $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ |                                       |  |

**Zadanie 37** Zamień procenty na ułamek:

- |        |          |          |         |           |                        |                        |
|--------|----------|----------|---------|-----------|------------------------|------------------------|
| 1) 12% | 3) 4,25% | 5) 3%    | 7) 0,5% | 9) 100%   | 11) $4\frac{4}{9}\%$   | 13) $214\frac{2}{7}\%$ |
| 2) 85% | 4) 0,75% | 6) 13,8% | 8) 325% | 10) 0,19% | 12) $133\frac{1}{3}\%$ | 14) $7\frac{5}{11}\%$  |

**Zadanie 38** Zamień ułamki na procenty:

- |                    |                   |                   |          |                   |                    |                    |
|--------------------|-------------------|-------------------|----------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $\frac{19}{25}$ | 3) $\frac{5}{8}$  | 5) 0,62           | 7) 1,8   | 9) $3\frac{1}{3}$ | 11) $\frac{17}{5}$ | 13) $9\frac{1}{2}$ |
| 2) $\frac{11}{20}$ | 4) $2\frac{3}{4}$ | 6) $6\frac{5}{6}$ | 8) 0,046 | 10) 2,035         | 12) 3              | 14) 0,06           |

**Zadanie 39** Oblicz:

- |                              |  |
|------------------------------|--|
| 1) 65 % liczby 80            | 7) 122 % wynosi 28                             |
| 2) 28 % liczby 12,4          | 8) 56,4 % wynosi 12,4                          |
| 3) 4,6 % liczby 3232         | 9) jakim procentem liczby 80 jest liczba 20    |
| 4) 40 % z 28 % liczby 38     | 10) jakim procentem liczby 25,5 jest liczba 12 |
| 5) 24,6 % z 15 % liczby 27,4 | 11) jakim procentem liczby 16,3 jest liczba 78 |
| 6) 32 % wynosi 46            |  |

**Zadanie 40** Rozwiąż zadania:

- 1) Działka budowlana ma powierzchnię 1200 m<sup>2</sup>. Ogród zajmuje 28 % jej powierzchni. Oblicz powierzchnię ogrodu.
- 2) Trzcina cukrowa zawiera około 16 % cukru. Ile kilogramów cukru można otrzymać z 2,6 tony trzciny cukrowej?
- 3) Śmietana może zawierać 13 %, 18 % lub 30 % tłuszczu. Ile gramów tłuszczu znajduje się w 250-gramowym opakowaniu każdego rodzaju śmietany?
- 4) Tlen stanowi 21 % objętości powietrza. Ile metrów sześciennych tego gazu znajduje się w pokoju o długości 5 m, szerokości 4,5 m i wysokości 2,5 m?
- 5) Rowerzysta przejechał 15 km, co stanowi 75 % długości całej trasy. Ile kilometrów ma cała trasa?
- 6) W 10 % roztworze wodnym jest 300 g soli. Oblicz masę tego roztworu.
- 7) Cenę pewnego towaru obniżono o 10 %. Jaka była cena tego towaru przed obniżką, jeżeli po obniżce towar kosztuje 36 zł?
- 8) Rower podrożał o 20 % i kosztuje 720 zł. Oblicz ile kosztował rower przed podwyżką.
- 9) W gimnazjum jest 450 uczniów. 72 osoby uczą się dwóch języków obcych. Jaki procent uczniów tej szkoły uczy się dwóch języków obcych?
- 10) Jaki procent obwodu kwadratu stanowi długość jednego boku?
- 11) Jaki procent godziny stanowi minuta, a jaki sekunda?
- 12) Jakim procentem doby jest godzina? Cenę plecaka podwyższono najpierw o 20 %, a następnie o 25 %. Ostateczna cena jest równa 90 zł. Jaka była cena początkowa? O ile procent podwyższono w efekcie cenę początkową?
- 13) W ciągu roku pewna cena wzrosła trzy razy po 10 %. Jaka była na początku, jeżeli teraz jest równa 133,10 zł?
- 14) Kilogram towaru kosztował 64 zł, a po obniżce cen kosztuje 56 zł. O ile procent obniżono cenę?

- 15) W przypadku niektórych towarów do ceny dolicza się podatek VAT równy 7 %. Ile procent ceny brutto stanowi ten podatek?
- 16) W banku złożono kwotę 2000 złotych na jeden rok. Po roku oszczędności wyniosły 2240 zł. Oblicz roczne oprocentowanie lokaty.
- 17) Jaką kwotę spłaci kredytobiorca, który pobrała z banku 5000 zł kredytu na okres jednego roku przy stopie procentowej 36 %?
- 18) Wpłacamy pieniądze na sześciomiesięczną lokatę. Oprocentowanie wynosi 8 % w stosunku rocznym. O ile procent zwiększy się wpłacona kwota po pół roku?
- 19) Co się bardziej opłaca: wpłacić pieniądze na lokatę półroczną czy na dwie kwartalne po kolei (przy czym po upływie kwartału wpłacamy na drugą lokatę także odsetki)? Ile procent wpłaconej sumy stanowi różnica? Oprocentowanie w stosunku rocznym wynosi dla lokaty kwartalnej 6 %, a dla półrocznej – 8 %.
- 20) Ile kilogramów wody morskiej o zasoleniu 3 % trzeba wziąć, aby otrzymać 1 kg soli?
- 21) Ile kilogramów 2 % roztworu wodnego soli kuchennej należy dodać do 1,2 kg 5 % roztworu soli, aby otrzymać roztwór o stężeniu 3 %?
- 22) Nalano wody do trzech szklanek, po 220 g do każdej, a następnie w jednej szklance rozpuszczono 10g soli kuchennej, w drugiej szklance 20g, a w trzeciej 30g. Ilu procentowy roztwór soli powstał w każdej szklance?
- 23) Ile litrów octu 10-procentowego i ile litrów octu 3-procentowego należy mieszać, aby otrzymać 7 litrów octu o stężeniu 6%?
- 24) Zmieszano ze sobą dwa roztwory tej samej substancji: 100g 2-procentowego roztworu z 50g roztworu 0,5-procentowego. Jakie jest stężenie powstałego w ten sposób roztworu?
- 25) Do naczynia zawierającego 200 g 4-procentowego roztworu kwasu solnego dodano roztwór tego samego kwasu o innym stężeniu. Jakie było stężenie procentowe dodanego roztworu, jeśli otrzymano 300 g roztworu o stężeniu 5 %?
- 26) Oblicz powierzchnię prostokątnego ogrodu, jeżeli wiadomo, że jeden bok prostokąta ma długość 40 m, a drugi jest o 30 % dłuższy.
- 27) Jeden bok kwadratu o polu równym 100 cm<sup>2</sup>, zmniejszono o 10 %, a drugi zwiększono o 10 %. Oblicz pole otrzymanego prostokąta. Ile procent pola kwadratu stanowi pole otrzymanego prostokąta?
- 28) Obwód kwadratu jest równy obwodowi prostokąta o bokach 12 cm i 8 cm. Ile procent pola kwadratu stanowi pole prostokąta?
- 29) Dwa obszary leśne zajmowały 432 ha, przy czym powierzchnia drugiego obszaru była o 20 % mniejsza od powierzchni pierwszego. Na pierwszym obszarze wyrabano 80 ha lasu. Ile procent powierzchni drugiego obszaru stanowi teraz powierzchnia pierwszego obszaru?
- 30) Krótsza przekątna równoległoboku, której długość wynosi 5 5 cm tworzy z krótszym bokiem tego równoległoboku kąt prosty. Krótszy bok stanowi 66,2% dłuższego boku. Oblicz pole i obwód tego równoległoboku oraz długość drugiej jego przekątnej.
- 31) Trapez o polu 54 cm<sup>2</sup> ma wysokość 6 cm. Oblicz długości podstaw wiedząc, że dłuższa stanowi 125 % krótszej.
- 32) O ile procent należy zwiększyć promień kuli, aby pole jej powierzchni wzrosło o 44 %?
- 33) Pierwsza liczba stanowi 50 % drugiej liczby. Ile procent pierwszej liczby stanowi liczba druga?
- 34) Druga liczba stanowi 125 % pierwszej liczby, a trzecia 80 % pierwszej. Ile procent drugiej liczby stanowi trzecia liczba?
- 35) Liczbę 3900 zapisz jako sumę dwóch składników tak, aby 40 % jednego składnika było większe od 24 % drugiego składnika o 856.
- 36) Szukane są dwie liczby o sumie równej 70. Jeżeli do pierwszej z nich dodamy 20 % sumy, a od drugiej odejmiemy te 20 % sumy, to iloraz otrzymanych w ten sposób liczb jest odwrotnością ilorazu szukanych liczb. Jakie to liczby?
- 37) W składnicy leżą dwa rodzaje złomu stali, jeden o zawartości 5 %, a drugi 30 % niklu. Ile należy wziąć każdego z tych rodzajów złomu, aby otrzymać 140 ton stali o zawartości 20 % niklu?
- 38) Jeden stop zawiera 43 g złota i 7 g miedzi, a drugi stop zawiera 30 g złota i 45 g miedzi. Ile trzeba wziąć gramów każdego stopu, aby otrzymać 23 g złota próby 0,583

**Zadanie 41** Rozwiąż zadania:

- 1) Pierwszy odcinek pewnego programu obejrzało 1,6 mln widzów. Po miesiącu oglądalność wzrosła do 1,92 mln osób. O procentowy wzrost oglądalności?
- 2) W 1990 roku zakłady przemysłowe w Polsce wyemitowały do środowiska 1150 tys. ton zanieczyszczeń pyłowych. W roku 1997 emisja została zmniejszona do 322 tys. ton. O procentowy spadek emisji?
- 3) W sezonie buty kosztowały 120 zł. W sklepie zrobiono posezonową obniżkę i buty staniały do 84 zł. Oblicz procentowy spadek ceny butów.
- 4) Pan Rybka wcześniej zarabiał 2470 zł, a obecnie otrzymuje 1900 zł pensji. Oblicz procentowy spadek zarobków pana Rybki?
- 5) W środę cena akcji spółki ZYSK notowanej na giełdzie wynosiła 14 zł, a w następnym dniu wynosiła już 14,70 zł. Oblicz procentowy wzrost ceny akcji.
- 6) Sprzedawca obniżył cenę roweru z 600 zł do 580 zł. O ile procent obniżył cenę?
- 7) Na początku roku szkolnego 12 uczniów z 30 – osobowej klasy umiało grać w siatkówkę. Pod koniec roku w siatkówkę grało już 20 osób. O ile procent wzrosła liczba uczniów umiejących grać, a o ile procent zmalała liczba uczniów nieumiejących grać w siatkówkę?
- 8) W 1990 roku w Polsce zarejestrowano 22 przypadki zachorowań na AIDS, a w 1996 roku – 105 przypadków. O ile procent wzrosła liczba zachorowań w ciągu tych sześciu lat?
- 9) Sprzedawca sprzedaje zegarki z 20-procentową marżą. W ramach promocji obniżył marżę do 10%. O ile punktów procentowych zmalała marża? O ile procent staniały zegarki?
- 10) Sklep oferuje sprzedaż telewizorów za gotówkę lub na raty. Jeżeli nabywca chce kupić telewizor w cenie 1200 zł na raty, musi wpłacić 20% zaliczki oraz 12 comiesięcznych rat po 95 zł. O ile procent ratałna cena zakupu jest wyższa od zapłaty gotówką?
- 11) Inflacja w pewnym roku wynosiła 3%, a w roku następnym 2%. O ile punktów procentowych zmalała inflacja? O ile procent zmalała inflacja?
- 12) Tosia i Tomek zdawali egzamin testowy z matematyki. Tomek rozwiązał poprawnie 74% zadań, Tosia była lepsza o 14 punktów procentowych. O ile procent więcej zadań rozwiązała Tosia od Tomka?
- 13) Łądy kuli ziemskiej, leżące powyżej 5000 m n.p.m., zajmują ok. 1% powierzchni wszystkich łądów. Depresje zajmują o 0,5 punktu procentowego mniejszą. O ile procent powierzchni łądów mniej zajmują depresje?
- 14) W ciągu doby Maciek przeznaczają przeciętnie 30% czasu na sen, 40% na naukę, a 5% na sport. O ile punktów procentowych więcej czasu poświęca na naukę niż na sport? O ile procent mniej śpi w ciągu dnia niż się uczy?
- 15) W sondażu przedwyborczym okazało się, że na partię AS ma zamiar głosować 55% uprawnionych, a na partię BIS 45% uprawnionych. Czy partia AS ma elektorat o 10% większy od elektoratu partii BIS?
- 16) Pan Kalka postanowił zapisać w testamencie 60% swojego majątku córce, a pozostałą część (40%) synowi. O ile punktów procentowych większy będzie udział córki w majątku ojca? O ile procent mniej dostanie syn?
- 17) Powietrze zawiera 78% azotu, 20,9% tlenu, 0,9% argonu i niewielkie ilości innych pierwiastków. O ile punktów procentowych większa jest w powietrzu zawartość azotu niż tlenu? O ile procent większa jest w powietrzu zawartość azotu niż tlenu? O ile procent większa jest w powietrzu zawartość tlenu niż argonu? O ile procent mniejsza jest w powietrzu zawartość argonu niż azotu?
- 18) W 1996 roku piłkę nożną trenowało w Polsce 113 959 osób, a siatkówkę 17 050 osób. O ile procent więcej osób trenowało piłkę nożną? O ile procent mniej osób trenowało siatkówkę?
- 19) Pan Marek ma do pracy 2500 metrów, a pan Czarek 10 km. O ile procent bliżej ma pan Marek? O ile procent dalej ma pan Czarek?



- 20) Józek napisał na sprawdzianie, że Rysy mają 2500 m, a mają w rzeczywistości 2499 m. jaki błąd procentowy popełnił Józek?
- 21) Majka oszacowała wzrost Krzysia na 1,65 m, a okazało się, że ma on 2 m wzrostu. Jaki błąd procentowy popełniła Majka?
- 22) Firma sprzedający samochody oszacowała sprzedaż na 41 000 sztuk. Po przeprowadzeniu bilansu okazało się, że sprzedała 41 372 sztuki. Jaki błąd procentowy popełniono?
- 23) U ślusarza zamówiono wykonanie pewnego elementu, którego długość miała być równa 13,4 cm. Po zmierzeniu gotowego elementu okazało się, że ma on długość 13,2 cm. Jaki błąd procentowy popełnił ślusarz przy wykonywaniu tego elementu?
- 24) Powierzchnia jeziora Śniardwy ma  $106,6 \text{ km}^2$ , powierzchnia Gopła ma  $83,2 \text{ km}^2$ . pomiarów dokonano z dokładnością do  $0,1 \text{ km}^2$ . oblicz procentowy błąd wykonanych pomiarów.
- 25) Według obliczeń Kopernika odległość Merkurego od Ziemi (w jednostkach astronomicznych) wynosi 0,38, zaś rzeczywista odległość jest równa 0,39. jaki błąd procentowy popełnił Kopernik?
- 26) Największą wyspą na świecie jest Grenlandia, której powierzchnia jest równa  $2\,175\,600 \text{ km}^2$ . Największa wyspa Europy to Wielka Brytania, której powierzchnia jest równa  $216\,325 \text{ km}^2$ . pomiar powierzchni Grenlandii wykonano z dokładnością do  $100 \text{ km}^2$ , zaś Wielkiej Brytanii do  $1 \text{ km}^2$ . określ dokładność pomiaru w procentach.

### III. Funkcje

**Zadanie 1** Które z opisanych przyporządkowań są funkcjami? Odpowiedź uzasadnij.

- |  |  |
|--|--|
| 1) Każdemu trójkątowi na płaszczyźnie przyporządkowujemy jego pole.            | 10) Każdej drużynie piłki nożnej przyporządkowujemy rozegrany mecz.        |
| 2) Każdemu odcinkowi przyporządkowujemy jego długość.                          | 11) Każdej instytucji w Polsce przyporządkowujemy numer telefonu.          |
| 3) Każdej liczbie przyporządkowujemy jej kwadrat.                              | 12) Każdemu uczniowi przyporządkowujemy ocenę z zachowania na świadectwie. |
| 4) Każdej osobie w klasie przyporządkowujemy miesiąc urodzenia.                | 13) Każdej liczbie naturalnej przyporządkowujemy jej dzielniki.            |
| 5) Wychowawcy przyporządkowujemy ucznia należącego do jego klasy wychowawczej. | 14) Każdej liczbie przyporządkowujemy jej liczbę przeciwną.                |
| 6) Każdej osobie w Polsce przyporządkowujemy rodzonego brata.                  | 15) Ocenie z biologii przyporządkowany jest uczeń twojej klasy.            |
| 7) Każdemu miastu w Polsce przyporządkowujemy kod pocztowy.                    | 16) Każdej matce przyporządkowujemy jej dziecko.                           |
| 8) Tytułowi książkowemu w bibliotece przyporządkowujemy numer katalogowy.      | 17) Każdej figurze płaskiej przyporządkowujemy jej boki.                   |
| 9) Każdemu zespołowi muzycznemu przyporządkowujemy jego wokalistę.             | 18) Każdej budce telefonicznej w mieście przyporządkowujemy numer.         |

**Zadanie 2** Podane odwzorowania przedstaw za pomocą: wzoru, grafu, tabelki i wykresu:

- 1) Każdej liczbie ze zbioru  $\{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$  przyporządkowujemy liczbę o 2 od niej mniejszą.
- 2) Każdemu trójkątowi równobocznemu o bokach ze zbioru  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  przyporządkowujemy jego obwód.
- 3) Każdej liczbie ze zbioru  $1; 4; 9; 16; 25$

**Zadanie 3** Podaj dziedzinę podanych funkcji:

- 1)  $f(x) = x - 1$
- 2)  $f(x) = -5$
- 3)  $f(x) = 7 - 2x$
- 4)  $f(x) = 2x^2$
- 5)  $f(x) = \frac{1}{x+3}$

- 6)  $f(x) = x^2 + 1$
- 7)  $\sqrt{2x-1}$
- 8)  $f(x) = \frac{2}{x}$
- 9)  $f(x) = \sqrt{x}$

$$10) f(x) = \frac{-5}{(x-1)(x+7)}$$

$$11) f(x) = \frac{6}{x} \cdot \sqrt{x+3}$$

**Zadanie 4** Wyznacz zbiór wartości funkcji:

- 1)  $f(x) = 5 - x$ , dla  $x \in \{0;2;5;7;11;24;35\}$
- 2)  $f(x) = 2x + 1$ , dla  $x \in \langle -3;4 \rangle$

- 3)  $f(x) = -\frac{2}{x}$ , dla  $x \in \{1;2;3;7;110;12;23\}$
- 4)  $f(x) = x^2 + 1$ , dla  $x \in (0; \infty)$

- 5)  $f(x) = \sqrt{x-1}$ , dla  $x \in \{1;5;10;17;26;37\}$
- 6)  $f(x) = |2x|$ , dla  $x \in \{-7;-4;-1;0;3;9;11\}$

**Zadanie 5** Oblicz wartość funkcji  $f(x) = \sqrt{2x^2 - 1}$  dla argumentów: 0; 2; -2; 1; -1.

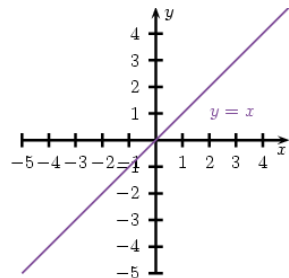
**Zadanie 6** Naszkicuj wykres funkcji:

- 1)  $f(x) = 2x - 1$  dla  $x \in \mathbb{R}$
- 2)  $f(x) = (-1)^x$  dla  $x \in \{1;2;3;4;5\}$
- 3)  $f(x) = -x + 1$  dla  $x \in [-1;2]$

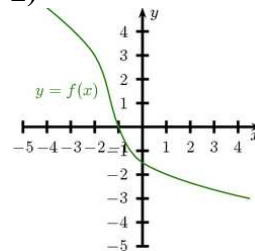
- 4)  $f(x) = -x^2 + 2$  dla  $x \in \{-2;-1;0;1;2\}$
- 5)  $f(x) = \frac{1}{2}x$  dla  $x \in \mathbb{C}$
- 6)  $f(x) = -5$  dla  $x \in \mathbb{N}$

**Zadanie 7** Odczytaj miejsca zerowe funkcji:

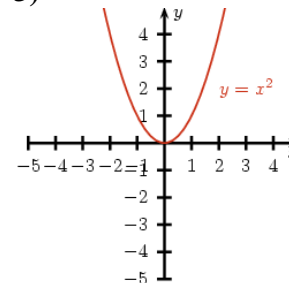
1)



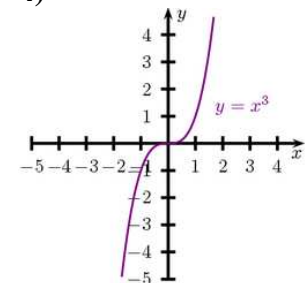
2)



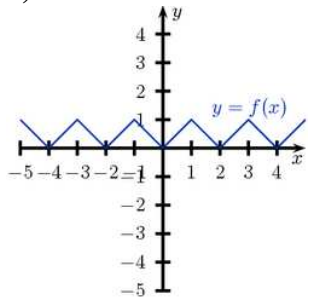
3)



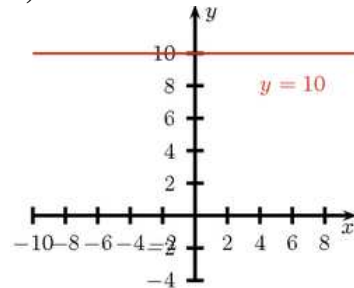
4)



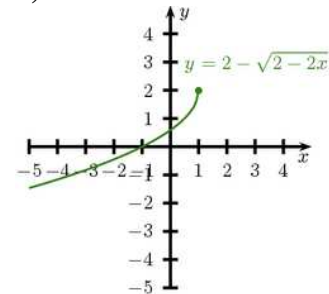
5)



6)



7)



**Zadanie 8** Oblicz miejsca zerowe funkcji:

1)  $f(x) = 2x - 4$

2)  $f(x) = -3x + 6$

3)  $f(x) = 2x + 4$

4)  $f(x) = |x| - 3$

5)  $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

6)  $f(x) = (x-1)\sqrt{x}$

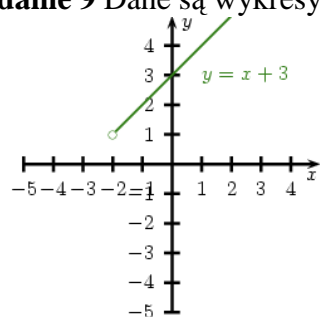
7)  $f(x) = \frac{2x-2}{x+3}$

8)  $f(x) = \sqrt{x+7}$

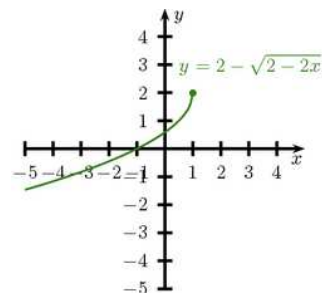
9)  $f(x) = -\frac{3}{x}$

**Zadanie 9** Dane są wykresy funkcji:

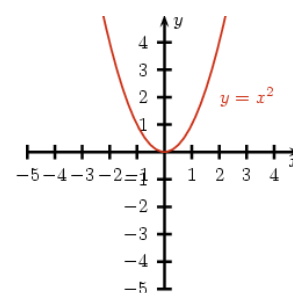
1)



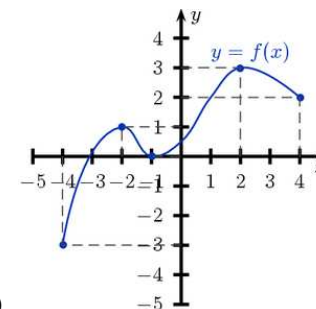
2)



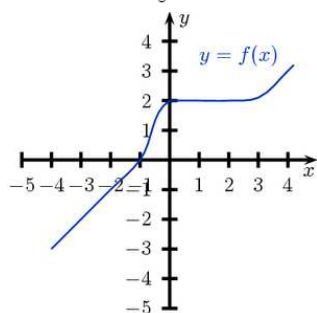
3)



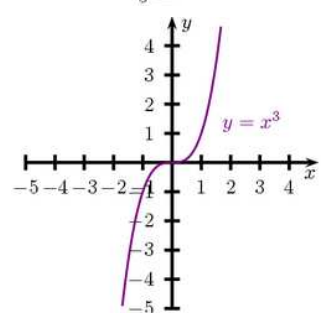
4)



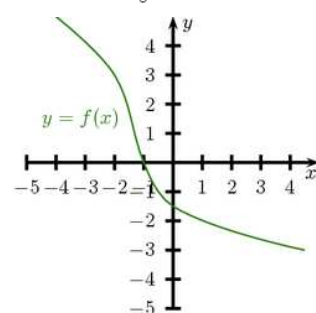
5)



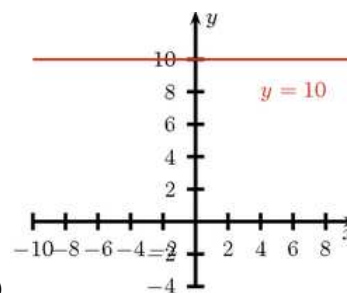
6)



7)

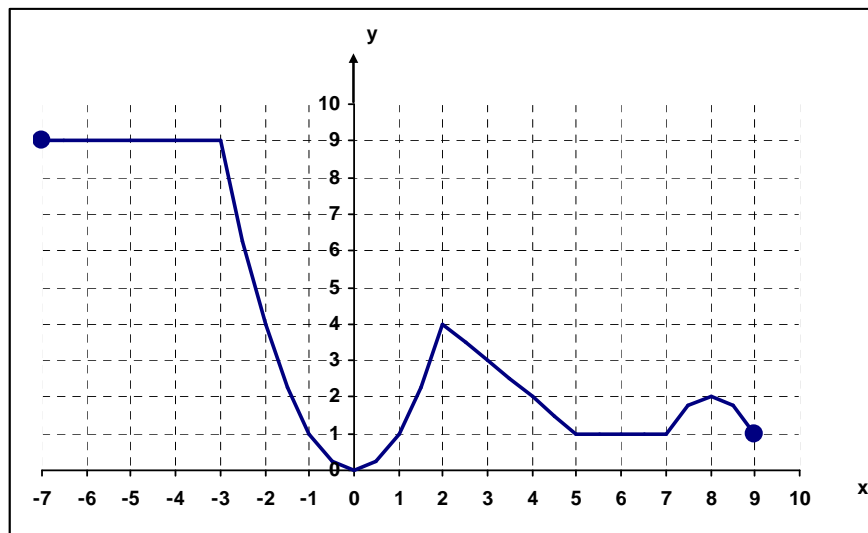


8)



Na podstawie wykresu odczytaj: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość największą i wartość najmniejszą, przedziały monotoniczności, przedziały o wartościach dodatnich, przedziały o wartościach ujemnych.

**Zadanie 10** Dany jest wykres funkcji:



Odczytaj z wykresu:

- 1) dziedzinę
- 2) zbiór wartości
- 3) miejsca zerowe
- 4) wartość największą i najmniejszą
- 5) przedziały, w których  $f(x) > 0$
- 6) przedziały, w których  $f(x) < 0$
- 7) przedziały monotoniczności
- 8) argumenty dla wartości  $y \in \{9; 6; 1\}$
- 9) wartość dla argumentów  $x \in \{-5; -2; 3; 8\}$

**Zadanie 11** Szkolne koło turystyczne zorganizowało dla swoich członków pieszą wycieczkę po okolicach Poznania. Grupa wyruszyła o godzinie  $7^{00}$ . w ciągu pierwszych 2 godzin turyści przeszli 8 km. Następnie przez 1,5 godziny odpoczywali nad jeziorem. Do celu wędrowki pozostała trasa, którą grupa pokonała w ciągu 2 godzin idąc z prędkością 3 km/h. po półgodzinnym odpoczynku turyści udali się w drogę powrotną do Poznania, idąc z prędkością 2 km/h. Narysuj wykres funkcji przyporządkowującej czasowi wędrowki (w godzinach) przebytą drogę (w kilometrach). Ile łącznie kilometrów przeszła grupa? Podaj średnią prędkość marszu na całej trasie. O której godzinie turyści dotarli do Poznania?

**Zadanie 12** Drużyna harcerska udała się na jednodniowy rajd pieszy po okolicach Częstochowy. Rajd rozpoczął się o godzinie  $8^{00}$ . przez pierwsze 3 godziny drużyna bez odpoczynku pokonała zaplanowaną trasę z prędkością 4 km/h. Po godzinnym odpoczynku drużyna ostatni etap rajdu pokonała z prędkością 3 km/h. do wyznaczonego celu harcerze dotarli o godzinie  $15^{00}$ . Narysuj wykres funkcji przyporządkowującej czasowi wędrowki (w godzinach) przebytą drogę (w kilometrach). Ile łącznie kilometrów przeszła drużyna? Podaj średnią prędkość, z jaką drużyna pokonała całą trasę?

**Zadanie 13** Na uszycie 15 bluzek zużyto 27 m materiału. Ile m materiału potrzeba na uszycie jednej bluzki? Ile bluzek można uszyć z 64,8 m takiego materiału? Ile materiału potrzeba na uszycie 24 takich bluzek?

**Zadanie 14** 13 metrów pręta miedzianego o jednakowym przekroju waży 7 kg. Jaki jest ciężar jednego metra tego pręta? Jaki jest ciężar 23,4 m takiego pręta?

**Zadanie 15** Kolarz przejeżdża w ciągu 6 sekund 50 m. ile km przejedzie w ciągu 30 minut?

**Zadanie 16** Samochód jedzie z przeciętną prędkością 58 km/h. ile km przebędzie ten samochód w ciągu 4,5 h? w jakim czasie jadąc z taką samą przeciętną prędkością samochód pokona odległość 696 km?

**Zadanie 17** Samochód jedzie 3,5 h z prędkością 60 km/h. z jaką prędkością musi jechać ten samochód, żeby tę samą drogę pokonać w czasie 3 h? w jakim czasie pokona tę trasę jadąc z prędkością 52,5 km?

**Zadanie 18** Coca-colę z 60 półtoralitrowych butelek rozlano do 360 kubków. Jaka była pojemność każdego kubka?

**Zadanie 19** Przednie koło ciągnika na pewnej drodze wykonało o 15 obrotów więcej niż tylne. Obwód koła przedniego wynosi 2,5 m, a tylnego 4 m. ile obrotów wykonało każde koło? Jaką odległość przejechał ciągnik?

#### IV. Funkcja liniowa

**Zadanie 1** Dana jest funkcja liniowa  $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ .

- 1) Oblicz:  $f(-5)$ ,  $f(3)$ ,  $f(11)$ ,  $f(x+2)$ ,  $f(2x-3)$
- 2) Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości:  $\{-5; -2\frac{1}{3}; 0; 1; 8\}$ ?
- 3) Która z obliczonych liczb jest miejscem zerowym tej funkcji?

**Zadanie 2** Podaj, który z podanych punktów:  $A(-1;5)$ ,  $B(2;1)$ ,  $C(-1;-2)$ ,  $D(0;4)$ ,  $E(-2;1)$  należy do wykresu funkcji  $y = 4 - x$ ? Wykonaj odpowiednie obliczenia.

**Zadanie 3** Wyznacz współrzędne punktów przecięcia się wykresów funkcji z osiami układu współrzędnych, jeżeli:

- 1)  $y = 2x - 1$
- 2)  $y = 3x + 1$
- 3)  $y = \frac{1}{3}x + 5$
- 4)  $y = -\frac{1}{2}x - 3$
- 5)  $y = 2 - 7x$
- 6)  $y = \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$

**Zadanie 4** Napisz wzór funkcji liniowej  $y = ax + b$ , jeżeli:

- 1)  $a = -1$  oraz wykres szukanej funkcji przechodzi przez punkt  $A(0;3)$
- 2)  $a = 2$  oraz wykres szukanej funkcji przechodzi przez punkt  $A(0; \frac{2}{3})$
- 3)  $a = 2\frac{3}{4}$  oraz wykres szukanej funkcji przechodzi przez punkt  $A(0;0)$
- 4)  $a = -4,5$  oraz wykres szukanej funkcji przechodzi przez punkt  $A(0; -3\frac{1}{4})$

**Zadanie 5** Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez punkty:

- 1)  $A(-1; 2)$  i  $B(4;1)$
- 2)  $f(-3) = 5$  i  $f(7) = 5$
- 3)  $A(-3; -1)$  i  $B(3;3)$
- 4)  $f(0) = 1$  i  $f(5) = 3$
- 5)  $A(5; -4)$  i  $B(1;2)$
- 6)  $f(9) = 2$  i  $f(8) = 8$
- 7)  $A(6; 4)$  i  $B(-8; -1)$
- 8)  $f(8) = 5$  i  $f(12) = 1$

**Zadanie 6** Koszt wydania płyty składa się z dwu elementów: przygotowania do produkcji (nie zależy ona od nakładu) i samej produkcji liczonej według ustalonej stawki za każde 1000 sztuk. Wydanie pewnej płyty w nakładzie 7000 sztuk kosztuje 42 500 zł, a w nakładzie 5000 sztuk kosztuje 32 500 zł. Oblicz ile płaci wydawca za wyprodukowanie każdego kolejnego tysiąca płyt. Oblicz ile wynosi koszt przygotowania. Wyznacz wzór funkcji opisującej koszt wydania (łącznie z przygotowaniem)  $x$  tysięcy sztuk tej płyty.

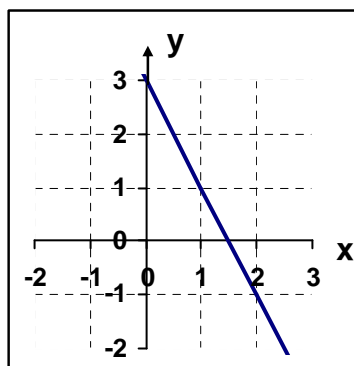
**Zadanie 7** Basia odziedziczyła po swoim dziadku kolekcję liczącą 138 znaczków. Co miesiąc kupuje 5 znaczków. Wyraż za pomocą wzoru liczbę posiadanych przez nią znaczków po  $x$  miesiącach.

**Zadanie 9** Narysuj wykresy funkcji liniowych:

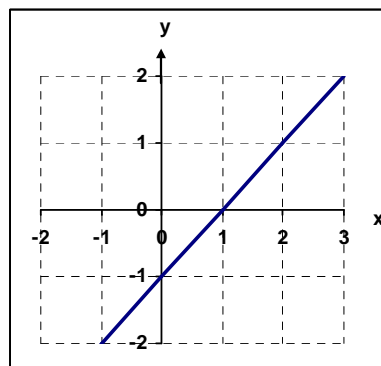
- 1)  $y = 3x$                       3)  $y = 2x + 7$                       5)  $y = 8 - 4x$   
 2)  $y = 5x - 2$                       4)  $y = -6x - 6$                       6)  $y = -3x + 9$

**Zadanie 10** Rysunki przedstawiają funkcje liniowe. Podaj ich wzory.

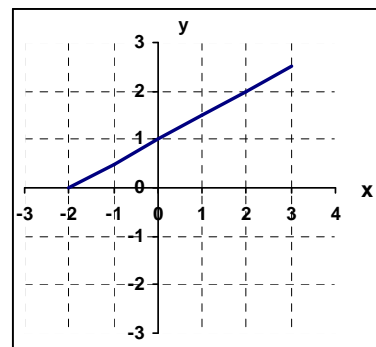
1)



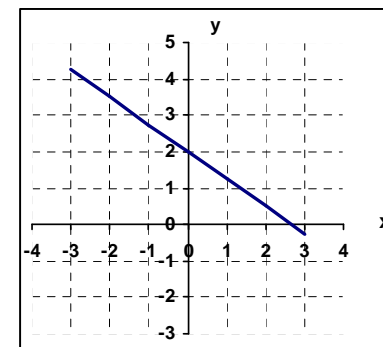
2)



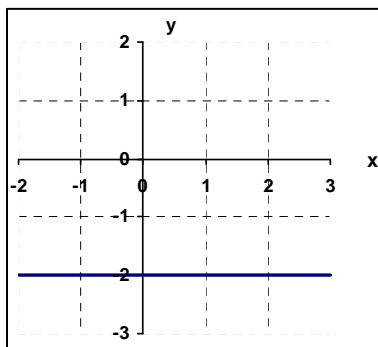
3)



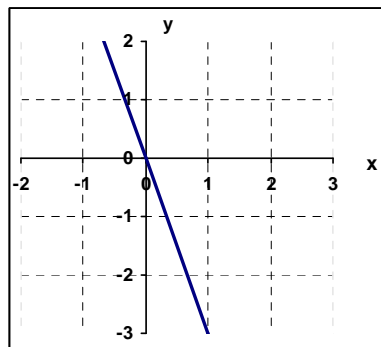
4)



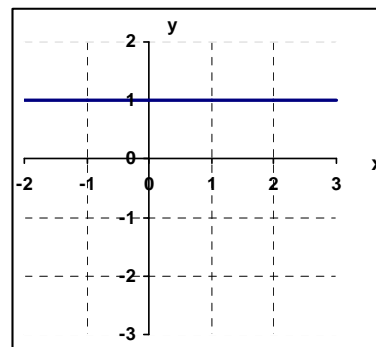
5)



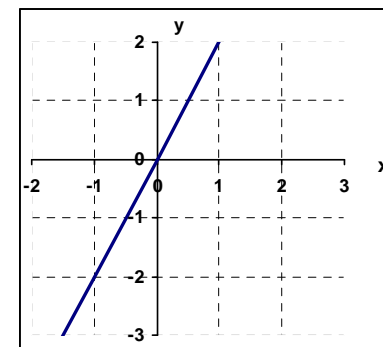
6)



7)



8)



**Zadanie 8** Długość gumy jest funkcją liniową jej obciążenia. Podaj wzór tej funkcji, wiedząc, że guma nieobciążona ma długość 80 cm, a obciążona odważnikiem 400g ma długość 1m.

- 7)  $y = \frac{2}{3}x + 1$                       9)  $y = \frac{1}{2}x + 4$   
 8)  $y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$                       10)  $y = 2\frac{1}{4}x - 1\frac{1}{2}$

**Zadanie 11** Sporządź wykresy funkcji:  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ ;  $y = 3x - 5$ ;  $y = 3 - 6x$ ;  $y = \frac{1}{3}x + 2$ , a następnie odczytaj z niego rozwiązania nierówności:

- 1)  $y > 0$                       2)  $y < 0$                       3)  $y \geq 1$                       4)  $y \leq -3$                       5)  $y > -2$                       6)  $y < 4$

**Zadanie 12** Naszkicuj wykresy funkcji:

- 1)  $y = 2|x|$                       4)  $y = |6 - x|$                       7)  $y = |x + 3|$                       10)  $y = -|3 - x|$                       13)  $y = |x| + x$   
 2)  $y = -3|x|$                       5)  $y = |4x|$                       8)  $y = |2x + 7|$                       11)  $y = -2|x + 5|$                       14)  $y = 2 + |x|$   
 3)  $y = |x - 2|$                       6)  $y = 2|x| + 3$                       9)  $y = -|x|$                       12)  $y = -|4x - 3|$                       15)  $y = 3 - |x + 1|$

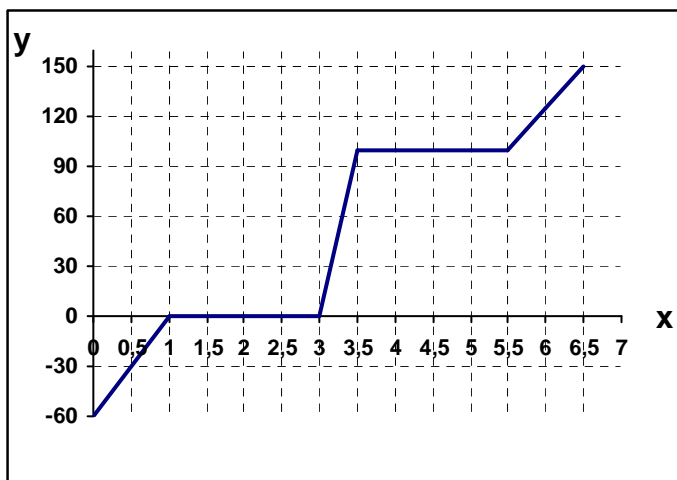
**Zadanie 13** Sporządź wykresy funkcji:

- 1)  $f(x) = \begin{cases} -x - 4; & x \leq -1 \\ 2x - 1; & -1 < x < 2 \\ 3; & x \geq 2 \end{cases}$                       3)  $f(x) = \begin{cases} 5; & x < -2 \\ 2x + 7; & -2 \leq x \leq 3 \\ -3; & x > 3 \end{cases}$                       5)  $f(x) = \begin{cases} 3 - x; & x \leq -1 \\ 4; & -1 < x < 3 \\ 2x - 2; & x \geq 3 \end{cases}$   
 2)  $f(x) = \begin{cases} -2x; & x < -3 \\ 1,5 - 1,5x; & -3 \leq x \leq 5 \\ 3x - 21; & x > 5 \end{cases}$                       4)  $f(x) = \begin{cases} 6; & x < -3 \\ 4; & -3 \leq x \leq 0 \\ -1; & x > 0 \end{cases}$                       6)  $f(x) = \begin{cases} x + 1; & x < 1 \\ x; & x \geq 1 \end{cases}$

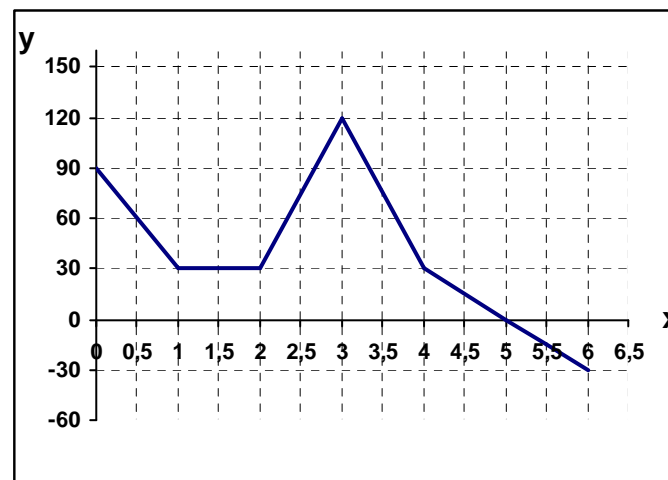
Następnie podaj miejsca zerowe, zbiór wartości, największą i najmniejszą wartość (o ile istnieją) oraz określ przedziały monotoniczności funkcji.

**Zadanie 14** Zapisz za pomocą klamry funkcję przedstawioną na rysunku:

1)



2)

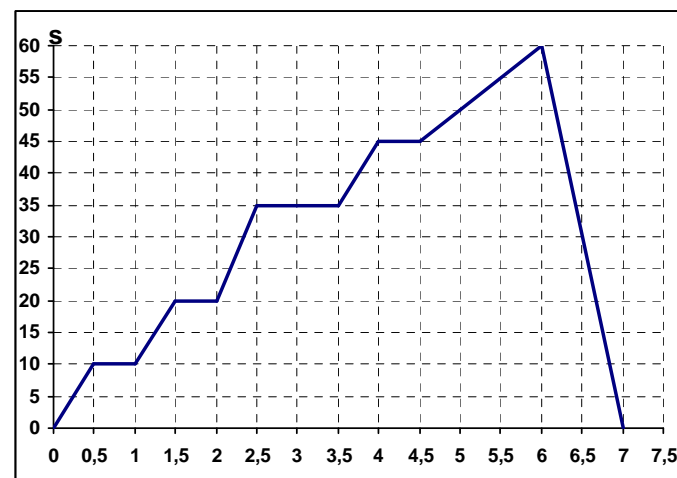


**Zadanie 15** Basia postanowiła zrobić sok z czerwonej porzeczki. Przygotowywała go 2 godziny. Przez pierwszą godzinę pojemnik w sokowirówce o pojemności 2 litrów napełniał się z prędkością 200 mililitrów na kwadrans. Pozostała część pojemnika napełniała się z prędkością 100 mililitrów na kwadrans. Przedstaw w postaci wzoru zależność poziomu soku w pojemniku od czasu.

**Zadanie 17** Michał udał się na jednodniową wycieczkę rowerową. W jedną stronę zatrzymywał się co pewien czas, by zwiedzić ciekawe miejsca. Wrócił jednak starą kolejką wąskotorową, gdyż był już bardzo zmęczony. Rysunek przedstawia wykres funkcji opisującej, w jaki sposób odległość  $s$  (w km) od punktu wyjazdu zmieniała się w czasie  $t$  (w godz.). Podaj opis tej wędrowki: czas podróży, przebytą drogę, ilość postojów, prędkość na każdym z odcinków podróży, średnią prędkość, czas postojów.

**Zadanie 16** Tabela przedstawia cenę biletu miesięcznego na autobus miejski w zależności od wieku pasażera:

Wiek pasażera (lata)	Cena (zł)
dzieci do 3 lat	0
dzieci powyżej 3 lat i do 5 lat	30
dzieci i młodzież do lat 18	45
dorośli	85
emeryci od 80 roku życia	0



**Zadanie 18** Narysuj wykres drogi, gdy prędkość wyraża się funkcją:

$$1) v(t) = \begin{cases} 7 & \text{dla } 0 \leq t < 3 \\ 3 & \text{dla } 3 \leq t \leq 6 \end{cases}$$

$$2) v(t) = \begin{cases} 4 & \text{dla } 0 \leq t < 4 \\ 6 & \text{dla } 4 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

$$3) v(t) = \begin{cases} 5 & \text{dla } 0 \leq t < 6 \\ 2 & \text{dla } 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

$$4) v(t) = \begin{cases} 50 & \text{dla } 0 \leq t < 2 \\ 20 & \text{dla } 2 < t \leq 4 \end{cases}$$

$$5) v(t) = \begin{cases} 50 & \text{dla } 0 \leq t < 2 \\ 20 & \text{dla } 2 < t \leq 6 \end{cases}$$

$$6) v(t) = \begin{cases} 90 & \text{dla } 0 \leq t < 3 \\ 50 & \text{dla } 3 < t \leq 8 \end{cases}$$

$$7) v(t) = \begin{cases} 6 & \text{dla } 0 \leq t < 2 \\ 2 & \text{dla } 2 < t \leq 5 \end{cases}$$

$$8) v(t) = \begin{cases} 40 & \text{dla } 0 \leq t < 3 \\ 70 & \text{dla } 3 < t \leq 7 \end{cases}$$



**Zadanie 19** Dane są funkcje. Narysuj wykres każdej z nich, a następnie przesuń pionowo o 2 jednostki w górę, pionowo o 3 jednostki w dół, poziomo o 5 jednostek w lewo i poziomo o 4 jednostki w prawo. Napisz wzory otrzymanych po przekształceniu funkcji.

1)  $y = 2x - 6$

2)  $y = 5 - 3x$

3)  $y = |x|$

4)  $y = -|x|$

5)  $y = x^2$

6)  $y = \frac{1}{2}x^2$

7)  $y = -x^2$

8)  $y = \sqrt{x}$

9)  $y = 2\sqrt{x}$

10)  $y = -3\sqrt{x}$

**Zadanie 20** Odczytaj funkcję oraz przekształcenie jakie na jej wykresie wykonano, aby otrzymać funkcje:

1)  $y = (x-1)^2$

2)  $y = (x+3)^2$

3)  $y = |x-6|$

4)  $y = |x+2|$

5)  $y = \sqrt{x-4}$

6)  $y = \sqrt{x+1}$

7)  $y = -x^2 - 4$

8)  $y = -x^2 + 5$

9)  $y = -|x| + 2$

10)  $y = -|x| - 1$

11)  $y = \sqrt{x} + 4$

12)  $y = \sqrt{x} - 5$

13)  $y = (x+2)^2 - 3$

14)  $y = -2(x-4)^2 + 2$

15)  $y = |x+6| - 1$

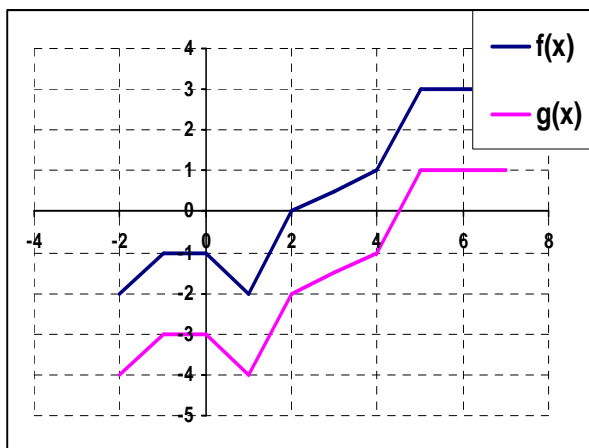
16)  $y = -|x-3| + 1$

17)  $y = -2\sqrt{x+2} - 4$

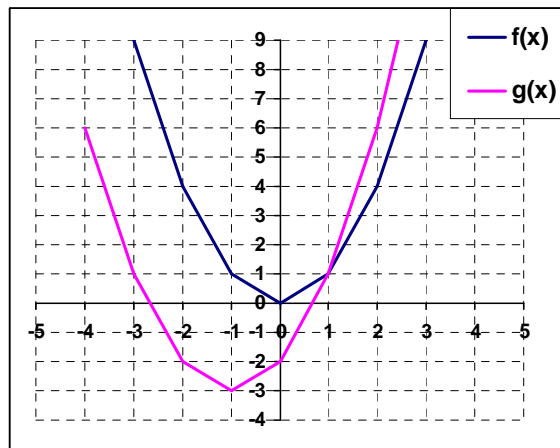
18)  $y = 3\sqrt{x-1} + 6$

**Zadanie 21** Określ, jakie przesunięcie wykresu funkcji  $f(x)$  wykonano otrzymując funkcję  $g(x)$  na poniższych rysunkach:

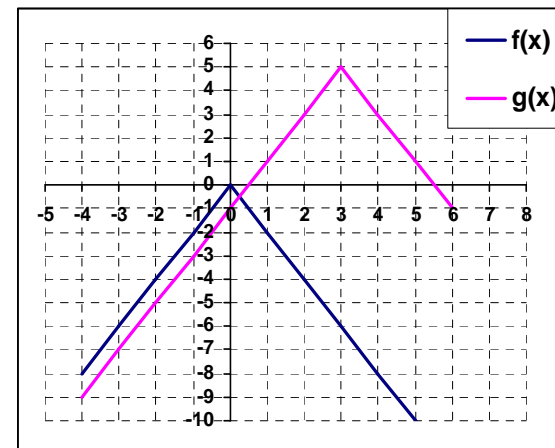
1)



2)



3)



#### IV. Funkcja kwadratowa

**Zadanie 1** Rozwiąż równania:

- |                     |                               |                      |                            |
|---------------------|-------------------------------|----------------------|----------------------------|
| 1) $x^2 = 100$      | 10) $\frac{1}{3}x^2 - 7 = 0$  | 19) $12x^2 - 6x = 0$ | 28) $(1 - 2x)^2 - 25 = 0$  |
| 2) $x^2 = 4$        | 11) $9x^2 + 100 = 0$          | 20) $5x - 2x^2 = 0$  | 29) $(x - 4)(x + 3) = 0$   |
| 3) $x^2 = 81$       | 12) $-7x^2 + 42x = 0$         | 21) $7x^2 - 3x = 0$  | 30) $(2x - 8)(x - 4) = 0$  |
| 4) $x^2 + 16 = 0$   | 13) $9x^2 + \frac{1}{3}x = 0$ | 22) $x^2 = 10x$      | 31) $(2x + 5)(2x - 6) = 0$ |
| 5) $x^2 - 169 = 0$  | 14) $36x^2 = 6x$              | 23) $0 = x^2 + 2x$   | 32) $(4 - 3x)(x + 8) = 0$  |
| 6) $3x^2 = 27$      | 15) $2x + 18x^2 = 0$          | 24) $9x^2 = -18x$    | 33) $(4x + 5)(2x - 1) = 0$ |
| 7) $-4x^2 + 64 = 0$ | 16) $x^2 + 4x = 0$            | 25) $(x + 1)^2 = 1$  |                            |
| 8) $16x^2 - 25 = 0$ | 17) $x - x^2 = 0$             | 26) $2(x - 7)^2 = 8$ |                            |
| 9) $4x^2 + 9 = 0$   | 18) $-2x^2 - x = 0$           | 27) $9 = (3x + 2)^2$ |                            |

**Zadanie 2** Rozwiąż równania wykonując najpierw odpowiednie przekształcenia:

- |                        |                            |                            |                                 |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------|
| 1) $3x(x + 2) + x = 0$ | 5) $4x = x(3 - x)$         | 8) $(7 - x)x = 3x^2 + 2x$  | 11) $9 - 3x = -(2x - 1)(1 - x)$ |
| 2) $x(1 - x) - 2x = 0$ | 6) $(x - 2)(x + 1) = -2$   | 9) $6x(2 - x) = (4 + 5x)x$ | 12) $-6 - 15x = 3(2x - 5)x$     |
| 3) $(3x - 4)x - x = 0$ | 7) $9(x + 5)(2x + 1) = 45$ | 10) $(x - 1)(x + 4) = 3x$  |                                 |
| 4) $4(x^2 + 7x) = 20x$ |                            |                            |                                 |

**Zadanie 3** Rozwiąż równania metodą uzupełniania do kwadratu:

- |                     |                     |                    |                    |
|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $x^2 + 2x = 3$   | 3) $x^2 - 18x = 19$ | 5) $x^2 - 4x = -3$ | 7) $x^2 + 2x = 35$ |
| 2) $x^2 + 12x = 13$ | 4) $x^2 - 16x = 80$ | 6) $x^2 + 6x = -8$ | 8) $x^2 - 8x = 9$  |

**Zadanie 4** Rozwiąż równania kwadratowe:

- |                         |                           |                           |                          |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 1) $x^2 - 4x + 4 = 0$   | 8) $-4x^2 - 16x + 9 = 0$  | 15) $6x^2 - 2x - 1 = 0$   | 22) $2x^2 + 7x + 3 = 0$  |
| 2) $x^2 - 5x - 24 = 0$  | 9) $4x^2 - 20x + 9 = 0$   | 16) $2x^2 - 9x - 35 = 0$  | 23) $3x^2 - x + 10 = 0$  |
| 3) $x^2 - 12x + 11 = 0$ | 10) $-9x^2 + 4x + 5 = 0$  | 17) $4x^2 - 13x + 3 = 0$  | 24) $-3x^2 - 2x + 6 = 0$ |
| 4) $3x^2 - 12x + 9 = 0$ | 11) $-3x^2 + 10x - 7 = 0$ | 18) $-6x^2 + 13x + 5 = 0$ | 25) $5x^2 + 2x - 2 = 0$  |
| 5) $-3x^2 + 5x + 2 = 0$ | 12) $3x^2 - 4x - 2 = 0$   | 19) $5x^2 - 6x + 6 = 0$   | 26) $5x^2 - 8x + 5 = 0$  |
| 6) $4x^2 + x - 3 = 0$   | 13) $7x^2 - 3x + 2 = 0$   | 20) $-2x^2 + 5x - 3 = 0$  |                          |
| 7) $6x^2 + 5x - 6 = 0$  | 14) $-3x^2 + 2x - 3 = 0$  | 21) $4x^2 + 12x + 9 = 0$  |                          |

**Zadanie 5** Oblicz krawędź sześcianu o powierzchni  $216 \text{ cm}^2$ .

**Zadanie 6** Podaj dwie liczby, z których jedna jest mniejsza od drugiej o 4, a ich iloczyn wynosi 5.

**Zadanie 7** Oblicz długości boków prostokąta, którego jeden z boków jest większy od drugiego o 1 cm, a przekątna prostokąta wynosi 5 cm.

**Zadanie 8** Wyznacz dwie kolejne liczby naturalne, których iloczyn wynosi: a) 30      b) 156.

**Zadanie 9** Podaj dwie kolejne liczby całkowite, których iloczyn jest równy: a) 42      b) 462.

**Zadanie 10** Znajdź dwie kolejne liczby naturalne nieparzyste, których iloczyn wynosi: a) 99      b) 323.

**Zadanie 11** Znajdź dwie kolejne liczby parzyste, których iloczyn wynosi: a) 168      b) 728.

**Zadanie 12** Oblicz długości boków prostokąta, którego obwód wynosi 12 cm, a pole jest równe  $5 \text{ cm}^2$ .

**Zadanie 13** Wyznacz cztery kolejne liczby naturalne, których suma kwadratów wynosi 3030.

**Zadanie 14** Naskicuj wykresy funkcji:

1)  $y = -x^2$

3)  $y = 2x^2$

5)  $y = -\frac{2}{3}x^2$

7)  $y = 2x^2 - 5$

9)  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

2)  $y = \frac{1}{2}x^2$

4)  $y = -3x^2$

6)  $y = \frac{1}{4}x^2$

8)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

**Zadanie 15** Wyznacz (o ile istnieją) miejsca zerowe oraz podaj zbiór wartości funkcji:

1)  $y = x^2 - 9$

3)  $y = -5x^2 + 5$

5)  $y = 6x^2 + 1$

7)  $y = 2x^2 + 1$

9)  $y = 4x^2 - 16$

2)  $y = 4x^2 - 12$

4)  $y = 7 - x^2$

6)  $y = -x^2 - 16$

8)  $y = 3x^2 - 6$

10)  $y = -5x^2 + 4$

**Zadanie 16** Napisz wzory funkcji, otrzymanych w wyniku przesunięcia pionowego lub poziomego wykresu funkcji  $y = -\frac{1}{2}x^2$  o:

1) 3 jednostki w górę

4) 1 jednostkę w prawo

7) 6 jednostek w lewo

2) 2 jednostki w dół

5) 5 jednostek w dół

8) 3,4 jednostki w prawo

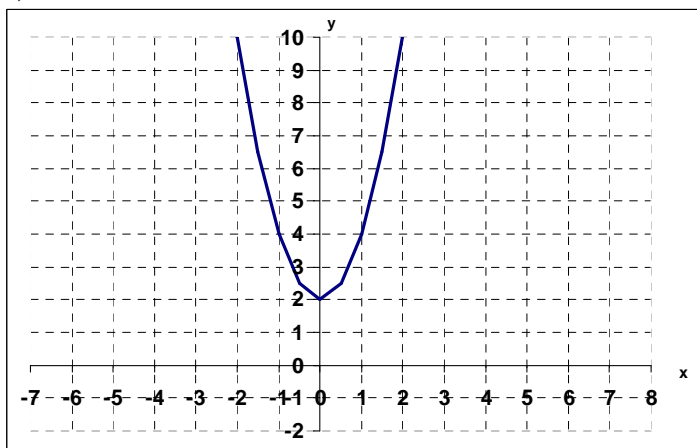
3) 4 jednostki w lewo

6) 2,5 jednostki w górę

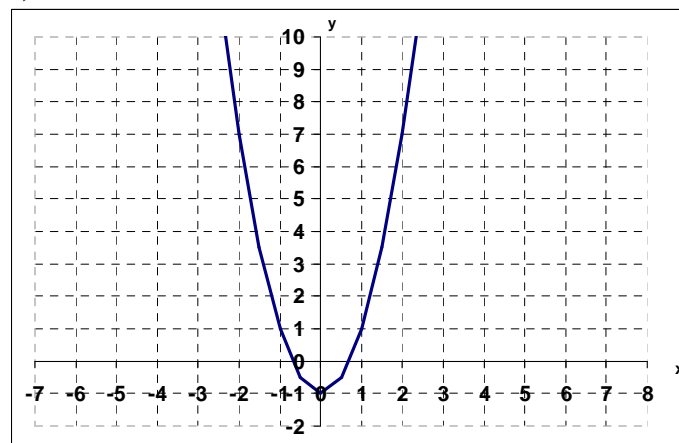
9) 5 jednostek w górę

**Zadanie 17** Dopasuj do każdego wykresu odpowiedni wzór: a)  $y = 2x^2 + 2$       b)  $y = 2x^2 - 1$       c)  $y = -2x^2 - 4$       d)  $y = -2x^2 + 3$

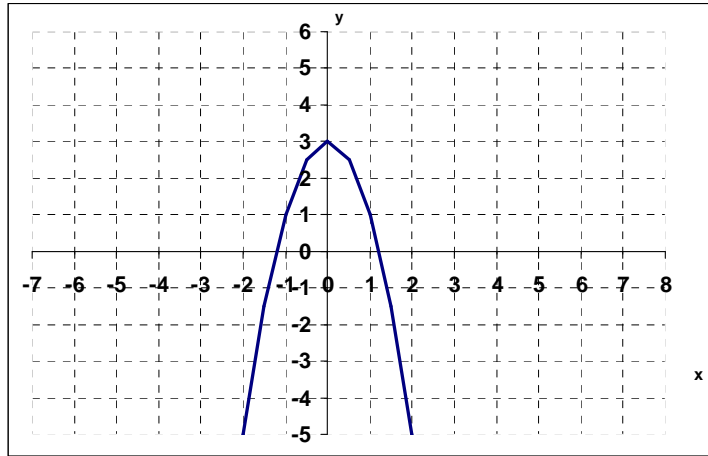
1)



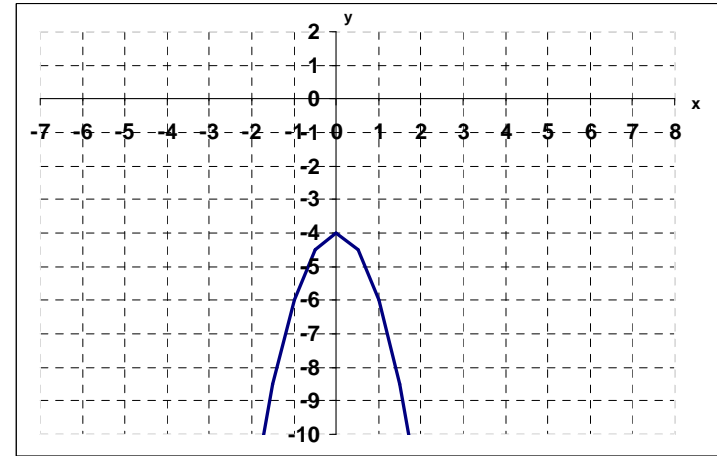
2)



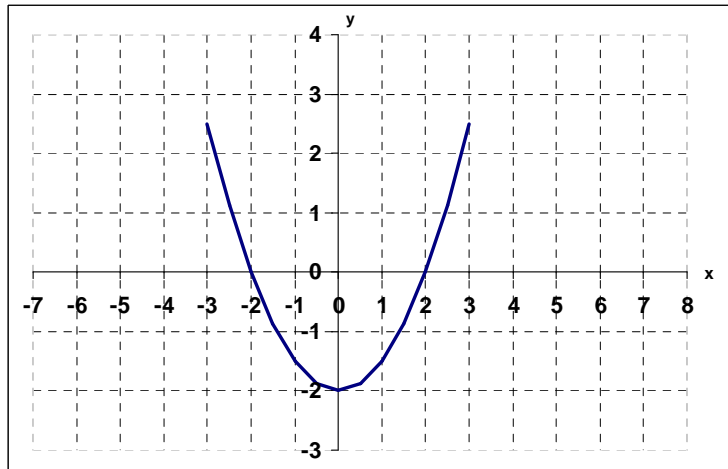
3)



4)



**Zadanie 18** Korzystając z wykresu funkcji, wskaż zdania prawdziwe:



- 1) Funkcja nie przyjmuje wartości najmniejszej.
- 2) Funkcja nie przyjmuje wartości największej.
- 3) Funkcja przyjmuje tylko wartości ujemne.
- 4) Funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie.
- 5) Funkcja przyjmuje wartości różnych znaków.
- 6) Funkcja nie posiada miejsca zerowego.
- 7) Funkcja jest monotoniczna.
- 8) Funkcja ma wierzchołek w punkcie  $(0; -2)$
- 9) Funkcja ma dodatni współczynnik  $a$ .
- 10) Funkcja ma ramiona skierowane w dół.

**Zadanie 19** Odczytaj ze wzoru współrzędne wierzchołka oraz wartość największą i najmniejszą paraboli:

1)  $y = (x+2)^2 - 2$

5)  $y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + 3$

9)  $y = -6(x+9)^2 + 3$

13)  $y = 4(x-2)^2 + 13$

2)  $y = -(x+3)^2 - 1$

6)  $y = -3(x-\frac{1}{2})^2 + 0,4$

10)  $y = (x+12)^2 - 1$

14)  $y = -\frac{1}{5}(x-4)^2 - 3\frac{1}{2}$

3)  $y = 4(x-1)^2 - 5$

7)  $y = 5(x+4)^2 - 7$

11)  $y = \frac{2}{3}(x+1)^2 + 2\frac{1}{2}$

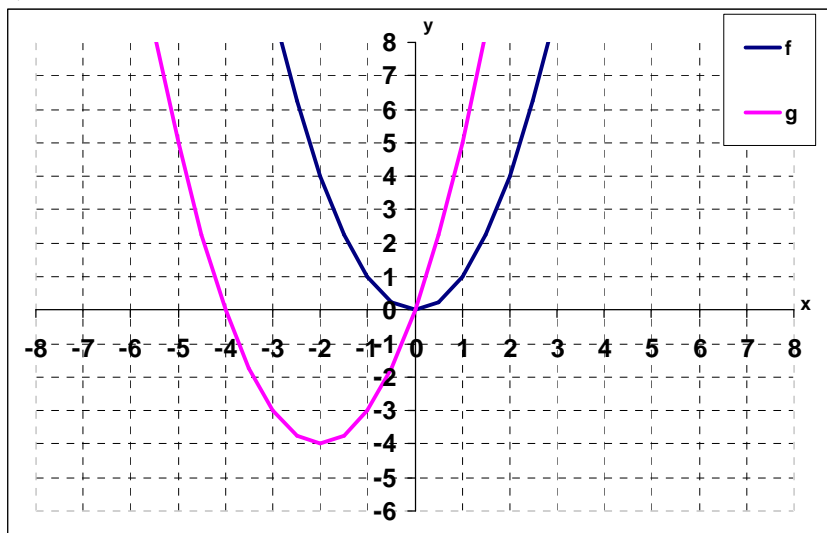
4)  $y = -2(x-\frac{1}{3})^2 + 1$

8)  $y = \frac{1}{4}(x-\frac{2}{5})^2 + 2$

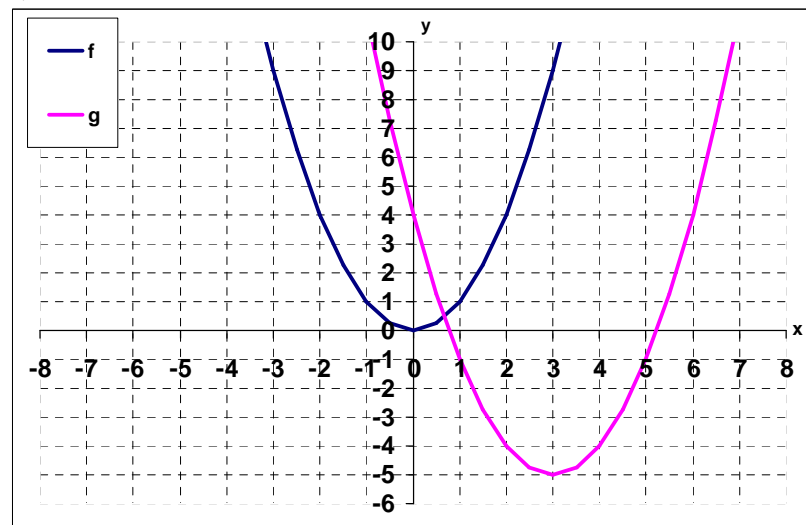
12)  $y = -3(x+7)^2 - 1\frac{2}{7}$

**Zadanie 20** Wykres funkcji  $f(x) = x^2$  przesunięto pionowo i poziomo. Podaj wzór funkcji  $g(x)$  (w postaci kanonicznej oraz ogólnej), którą otrzymano, jeżeli:

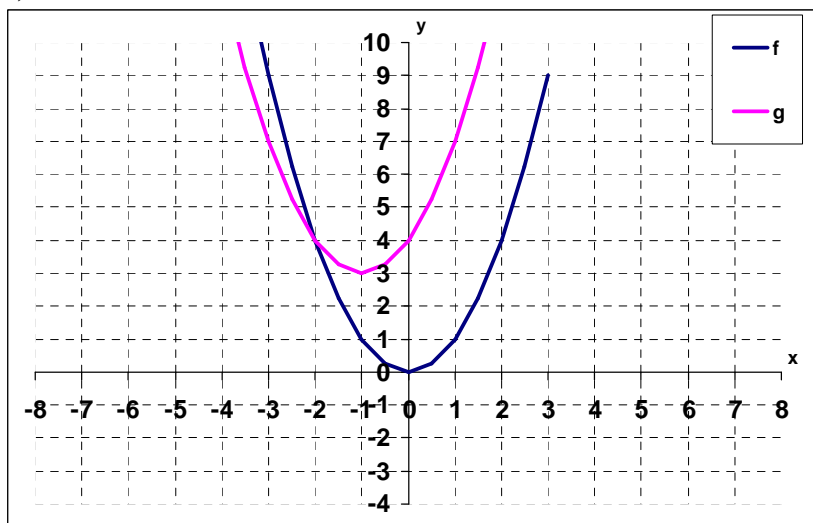
1)



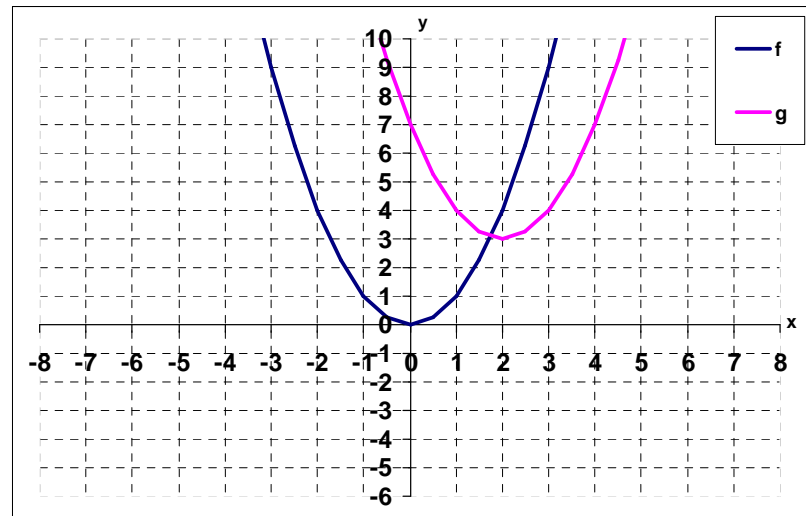
3)



2)



4)



**Zadanie 21** Sprowadź do postaci kanonicznej funkcje:

1)  $f(x) = x^2 - 6x + 8$

2)  $f(x) = x^2 + 3x - 18$

3)  $f(x) = 2x^2 - 6x + 3$

4)  $f(x) = -2x^2 - x + 6$

5)  $f(x) = 2x^2 - x - 1$

6)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 12$

7)  $f(x) = 0,25x^2 - x - 8$

8)  $f(x) = 3x^2 - 6x$

9)  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 4x$

10)  $f(x) = 5x^2 - 2$

11)  $f(x) = x^2 + x - 30$

12)  $f(x) = 2x^2 + 10x - 28$

13)  $f(x) = -6x^2 + 7x - 2$

14)  $f(x) = -\frac{1}{6}x^2 - x + 12$

15)  $f(x) = -5x^2 + 3x + 2$

16)  $f(x) = 6x^2 - 18x$

Znajdź wartość najmniejszą lub największą oraz podaj zbiór wartości.

**Zadanie 22** Podaj miejsca zerowe funkcji. Znajdź (bez użycia wzorów) największą bądź najmniejszą wartość funkcji. Podaj dla jakiego argumentu jest ona osiągana.:

1)  $y = x \cdot (x - 4)$

2)  $y = -x \cdot (x - 10)$

3)  $y = x^2 + 8x$

4)  $y = 3x^2 + 6x$

5)  $y = -2 \cdot (x + 1)(x - 3)$

6)  $y = 4 \cdot (x - 3)(x - 5)$

7)  $y = -5 \cdot (x + 4)(x - 4)$

8)  $y = -x^2 - 5x$

9)  $y = 3x \cdot (x + 1)$

10)  $y = 4x^2 - 8x$

11)  $y = -(2 + x)(3 - x)$

12)  $y = 5 \cdot (2 - x)(x + 4)$

**Zadanie 23** Wykonaj wykresy funkcji:

1)  $y = x^2 + 2x + 1$

2)  $y = -3x^2 + 2x + 1$

3)  $y = 4x^2 + 2x - 2$

4)  $y = -x^2 + 3x + 4$

5)  $y = 4x^2 - 12x + 9$

6)  $y = -x^2 + 2x - 2$

7)  $y = 3x^2 - 6x - 8$

8)  $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$

9)  $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3x - 2$

10)  $y = -3x^2 + 6x$

11)  $y = x^2 - 4x + 3$

12)  $y = x^2 + 5x + 4$

**Zadanie 24** Który z prostokątów o obwodzie 300 ma największe pole?

**Zadanie 25** Wyznacz dwie liczby dodatnie dające w sumie 120 i takie, że ich iloczyn jest największy.

**Zadanie 26** Prostokątna działka ograniczona z jednej strony murem ma być ogrodzona z trzech pozostałych stron, a łączna długość ogrodzenia ma wynosić 160 m. przy jakich wymiarach działki jej pole będzie największe?

**Zadanie 27** Jakie wymiary powinien mieć prostokątny stół o obwodzie 4 m, aby jego powierzchnia była możliwie największa?

**Zadanie 28** Długość prostokątnej serwetki jest o 15 cm większa od szerokości tej serwetki. Jakie wymiary ma serwetka, jeżeli jej powierzchnia jest równa  $100 \text{ cm}^2$ ?

**Zadanie 29** Długości boków trójkąta prostokątnego są kolejnymi liczbami parzystymi, a jego pole jest równe  $112 \text{ cm}^2$ . oblicz długości jego boków.

**Zadanie 30** Oblicz, jaką liczbą jest  $x$ , jeśli iloczyn liczby  $x$  i liczby o 4 od niej mniejszej jest równy 8,25.

**Zadanie 31** W pewnej firmie koszt produkcji  $n$  artykułów wyraża się wzorem  $k(n) = 0,2n^2 + 4n + 40$ . podaj koszt produkcji: a) 10 sztuk tego towaru; b) 30 sztuk tego towaru; c) 200 sztuk tego towaru.

**Zadanie 32** Przy produkcji  $n$  foteli dziennie firma osiąga zysk wyrażony w przybliżeniu funkcją  $c(n) = -0,1n^2 + 100n + 6000$ . Czy opłaca się zwiększyć produkcję foteli z 89 sztuk dziennie do 200 sztuk? Czy opłaca się zwiększyć produkcję z 450 sztuk dziennie do 600 sztuk? Jaka jest najmniejsza dzienna produkcja foteli dająca zysk? Przy jakiej dziennej produkcji foteli firma osiąga największy zysk?

**Zadanie 33** Liczbę przyjęć pacjentów w ośrodku zdrowia w  $n$  – tym dniu trwania epidemii określa w przybliżeniu wzór  $H(n) = -n^2 + 30n + 20$ . Ile osób zgłosiło się do ośrodka zdrowia pierwszego dnia epidemii? Którego dnia liczba pacjentów była największa i ilu pacjentów zgłosiło się w tym dniu do ośrodka? Po ilu dniach liczba pacjentów była znowu taka sama jak pierwszego dnia?

**Zadanie 34** Pewna firma produkuje plastikowe beczki. Dzienny koszt produkcji w tej firmie można przedstawić przy pomocy funkcji  $f(n) = 0,5n^2 + 100$ , gdzie  $n$  jest liczbą wyprodukowanych beczek w ciągu dnia. Przy jakiej liczbie wyprodukowanych beczek produkcja dzienna firmy przynosi zyski, jeżeli beczki sprzedawane są odbiorcom po 20 zł za sztukę? Jaka dzienna produkcja beczek zapewnia firmie największy zysk?

**Zadanie 35** Podaj czas spadania przedmiotu wyrzuconego z balkonu na wysokości 850 m (pomiń opór powietrza;  $s = 5t^2$ ).

**Zadanie 36** Oblicz, jaką drogę pokona ciało spadające w próżni: **a)** po 3 sekundach **b)** po 4 sekundach **c)** w ciągu 4 sekundy?

**Zadanie 37** Z jakiej wysokości wyrzucono z balonu balast, który spadł na ziemię po 21 sekundach?

**Zadanie 38** Podaj równanie paraboli o wierzchołku w punkcie  $(0; -4)$ , która przechodzi przez punkt  $(2; 0)$ .

**Zadanie 39** Znajdź równanie paraboli o wierzchołku w punkcie  $(2; 1)$ , przechodzącej przez początek układu współrzędnych.

**Zadanie 40** Znajdź równanie paraboli o wierzchołku w punkcie  $(3; -1)$ , która przechodzi przez punkt  $(5; 3)$ .

**Zadanie 41** Znajdź równanie paraboli przechodzącej przez punkty  $(0; 9)$ ,  $(-3; 0)$  i  $(3; 0)$ .

**Zadanie 42** Znajdź wzór funkcji kwadratowej  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , wiedząc, że  $f(0) = -4$ ,  $f(\sqrt{2}) = 0$ ,  $f(-\sqrt{2}) = 0$ .

**Zadanie 43** Pewna firma produkuje drewniane drabiny o długościach od 1,5m do 5m (co 0,5m). niektóre ceny drabin podane są w tabelce.

<b>Długość drabiny [m]</b>	1,5	2	2,5	3	4	5
<b>Cena drabiny [zł]</b>	29,50	33,00	37,50	43,00	57,00	75,00

Wiedząc, że zależność między długością a ceną drabiny przedstawia się wzorem  $f(x) = ax^2 + c$ , wyznacz współczynniki  $a$  i  $c$ . Ile należy zapłacić za 5 drabin o długości 4,5m?

**Zadanie 44** Wiadomo, że do wykresu funkcji  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a \neq 0$  należą punkty  $A(0, 2)$ ,  $B(4, 2)$  i funkcja ta przyjmuje wszystkie wartości nieujemne. Wyznacz wzór tej funkcji.

## V. Geometria

**Zadanie 1** Czy podobne są:

- |                      |                       |                       |                       |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1) każde dwa odcinki | 3) każde dwa kwadraty | 5) prosta i półprosta | 7) każde dwie proste? |
| 2) każde dwa okręgi  | 4) każde dwa trójkąty | 6) punkt i prosta     |                       |

**Zadanie 2** Wyznacz skalę podobieństwa, w którym:

- |  |   |
|--|---|
| 1) obrazem odcinka długości 3 jest odcinek długości 12   | 5) obrazem trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości 1 i 2 jest trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej długości 10 |
| 2) obrazem kwadratu o boku 6 jest kwadrat o boku 18  | 6) obrazem koła o promieniu 5cm do koła o promieniu 25mm  |
| 3) obrazem trójkąta równobocznego o boku 4 jest trójkąt równoboczny o polu równym $24\sqrt{3}$ | 7) obrazem kwadratu o boku 4 jest kwadrat o polu 4  |
| 4) obrazem sześciokąta foremnego o boku długości 1,5 jest sześciokąt foremny o boku 2,7        | 8) obrazem rombu o boku 3 jest romb o obwodzie 24   |
|  | 9) obrazem odcinka długości 5cm jest odcinek długości 80m   |

**Zadanie 3** Czy podobne są prostokąty:

- 1) jeden o bokach  $3\text{cm} \times 6\text{cm}$  oraz drugi o bokach  $20\text{mm} \times 30\text{mm}$
- 2) jeden o bokach  $5\text{cm} \times 8\text{cm}$  oraz drugi o bokach  $1,5\text{dm} \times 2,4\text{dm}$
- 3) jeden o bokach  $2\text{cm} \times 1\text{dm}$  oraz drugi o bokach  $5\text{dm} \times 25\text{dm}$
- 4) jeden o bokach  $20\text{mm} \times 5\text{cm}$  oraz drugi o bokach  $1\text{dm} \times 10\text{mm}$
- 5) jeden o bokach  $4\text{cm} \times 2,5\text{cm}$  oraz drugi o bokach  $2\text{dm} \times 7,5\text{cm}$
- 6) jeden o bokach  $8\text{cm} \times 6\text{cm}$  oraz drugi o bokach  $9,6\text{cm} \times 7,2\text{cm}$

**Zadanie 4** Odcinek o długości  $30\text{cm}$  podzielono na dwie części tak, że mniejsza część odcinka wynosi  $12\text{cm}$ . W jakim stosunku podzielono odcinek?

**Zadanie 5** Boki prostokąta ABCD mają długości  $10\text{cm}$  i  $6\text{cm}$ . Krótszy bok prostokąta podobnego CDEF ma  $5\text{cm}$ . Oblicz długość dłuższego boku prostokąta CDEF.

**Zadanie 6** Podaj skalę podobieństwa planu miasta w skali  $1:10\,000$  do planu tego samego miasta w skali  $1:45\,000$ .

**Zadanie 7** Oblicz długość mostu, który na planie wykonanym w skali  $1:21\,000$  ma długość  $2,6\text{cm}$ .

**Zadanie 8** Romb o obwodzie  $20\text{cm}$  jest podobny do rombu o obwodzie  $24\text{cm}$ . Oblicz skalę podobieństwa.

**Zadanie 9** na kartce papieru narysowane zostały dwa plany tego samego pokoju. Pierwszy plan narysowany został w skali  $1:200$ , drugi zaś w skali  $1:250$ . Wyznacz skalę podobieństwa przekształcającego pierwszy plan na drugi.

**Zadanie 10** Oblicz długości boków prostokąta o obwodzie  $1,1\text{dm}$ , którego boki są proporcjonalne do odcinków o długościach  $4\text{cm}$  i  $7\text{cm}$ .

**Zadanie 11** Biurko w pokoju Kasi, która sporządziła plan swojego pokoju w skali  $1:200$ , ma wymiary na rysunku  $6\text{mm} \times 3\text{mm}$ . Jakie są rzeczywiste wymiary biurka?

**Zadanie 12** Grzesiek, który plan swojego pokoju wykonał w skali  $1:150$ , chce wstawić do tego pokoju kwadratowy stolik o boku długości  $90\text{cm}$ . Jakie będą na planie pokoju wymiary kwadratu odpowiadającego stolikowi?

**Zadanie 13** Mapę wykonano w skali  $1:200\,000$ . Jaka jest odległość między Prudnikiem a Krapkowicami, jeżeli na mapie ta odległość wynosi około  $17\text{cm}$ ?

**Zadanie 14** Droga z Opola do Jeleniej Góry ma w przybliżeniu długość  $200\text{km}$ . Jaka jest odległość między tymi miastami na mapie o skali  $1:500\,000$ ?

**Zadanie 15** W jakiej skali wykonana jest mapa, na której odległość między schroniskami górskimi wynosi  $6\text{cm}$ , a w rzeczywistości jest to odległość  $3\text{km}$ .

**Zadanie 16** Plan miasta wykonano w skali  $1:40\,000$ . Turysta zmierzył na planie odległość między muzeum a dworcem kolejowym, która wynosiła  $6\text{cm}$ . Ile czasu potrzebuje na dojazd do dworca, idąc z prędkością  $5\text{km/h}$ ?

**Zadanie 17** Pole pewnego zalesionego terenu na mapie jest równe  $36,4\text{cm}^2$ . Jakie jest rzeczywiste pole tego terenu, jeśli skala mapy jest równa  $1:50\,000$ ? Wynik podaj w hektarach.

**Zadanie 18** Jakie wymiary powinien mieć prostokąt o polu równym  $40$ , aby był podobny do prostokąta o bokach długości  $3$  i  $5$ ?

**Zadanie 19** Powierzchnia naszego kraju to  $312,7\text{ tys. km}^2$ . Jakie pole zajmuje Polska na mapie o skali  $1:200\,000$ ?

**Zadanie 20** Centrum handlowe pewnego miasta ma powierzchnię  $35\,500\text{m}^2$ . Na planie tego miasta jest to kwadrat o polu  $3,55\text{ mm}^2$ . Jaka jest skala tego planu?

**Zadanie 21** Na mapie w skali  $1:150$  wymiary prostokątnego pomieszczenia są równe  $3,3\text{cm}$  i  $2,8\text{cm}$ . Oblicz powierzchnię tego pomieszczenia w rzeczywistości.



**Zadanie 22** Oblicz pole mniejszego z dwóch podobnych prostokątów, wiedząc, że pole większego jest równe  $60\text{cm}^2$ , a stosunek ich przekątnych wynosi  $\frac{3}{5}$ .

**Zadanie 23** Obwód trójkąta wynosi  $36\text{cm}$ , a jego pole jest równe  $12\text{cm}^2$ . Znajdź pole trójkąta do niego podobnego, którego obwód wynosi  $24\text{cm}$ .

**Zadanie 24** Trapez równoramienny o podstawach  $6\text{cm}$  i  $10\text{cm}$  i kącie ostrym  $30^\circ$  jest podobny do trapezu, którego ramię ma długość  $12\text{cm}$ . Oblicz obwody obu trapezów.

**Zadanie 25** Podstawy trapezu równoramiennego mają długości  $4\text{dm}$  i  $10\text{dm}$ , a jego kąt ostry jest równy  $60^\circ$ . Oblicz długości boków trapezu do niego podobnego, którego obwód wynosi  $39\text{dm}$ .

**Zadanie 26** Oceń, które zdanie jest prawdziwe:

- 1) każde dwa romby są podobne
- 2) dwa równoległoboki są podobne, jeśli odpowiednie ich kąty są równe
- 3) dwa równoległoboki są podobne, jeśli odpowiednie ich boki są proporcjonalne
- 4) dwa romby, które mają odpowiednio równe kąty ostre, są podobne
- 5) każde dwa wielokąty foremne są podobne
- 6) dwa deltoidy są podobne, jeśli każdy z nich ma dwa kąty proste
- 7) każde dwa czworokąty o odpowiednio równych kątach są podobne
- 8) każde dwa czworokąty o bokach odpowiednio proporcjonalnych są podobne
- 9) każde dwa trójkąty równoramienne, w których kąty między równymi ramionami są równe, są podobne
- 10) każde dwa rozwartokątne trójkąty równoramienne są podobne

**Zadanie 27** Czy równoległobok o bokach  $6$  i  $10$  cm oraz kącie ostrym  $62^\circ$  jest podobny do równoległoboku o bokach  $4\text{cm}$ ;  $2,4\text{cm}$  i kącie rozwartym  $118^\circ$ ?

**Zadanie 28** Czy dwa wielokąty są podobne, jeżeli ich obwody są równe  $45\text{cm}$  i  $72\text{cm}$ , a ich pola odpowiednio  $100\text{m}^2$  i  $256\text{m}^2$ ?

**Zadanie 29** Czy dwa wielokąty są podobne, jeżeli ich najdłuższe boki są równe  $8\text{dm}$  i  $12\text{dm}$ , a pola  $100\text{m}^2$  i  $570\text{m}^2$ ?

**Zadanie 30** Boki pięciokąta są równe  $28\text{cm}$ ,  $30\text{cm}$ ,  $22\text{cm}$ ,  $8\text{cm}$  i  $18\text{cm}$ . Wyznacz obwód pięciokąta podobnego, jeżeli najkrótszy bok jest równy  $12\text{cm}$ .

**Zadanie 31** Różnica pól wielokątów podobnych jest równa  $264\text{cm}^2$ , a ich najdłuższe boki  $12,5\text{cm}$  i  $15\text{cm}$ . Wyznacz pola wielokątów.

**Zadanie 32** Pole trapezu jest równe  $8\text{cm}^2$ . Jego boki zwiększono  $k$  razy. Pole otrzymanego trapezu jest równe  $50\text{cm}^2$ . Oblicz  $k$ .

**Zadanie 33** Czy podobne są:

- 1) każde dwa sześciiany
- 2) każde dwie kule
- 3) każde dwa graniastosłupy
- 4) każde dwa ostrosłupy
- 5) każde dwa stożki
- 6) każde dwa walce

**Zadanie 34** Pudełko zapalek ma wymiary  $5,5\text{cm} \times 3,7\text{cm} \times 1,5\text{cm}$ . Ile pudełek zapalek mieści się w pudle o wymiarach  $1,1\text{m} \times 0,74\text{m} \times 0,3\text{m}$ ?

**Zadanie 35** Dane są dwie kule o promieniach  $r_1 = 6\text{cm}$ ,  $r_2 = 2\text{cm}$ . Ile razy objętość pierwszej kuli jest większa od objętości drugiej kuli?

**Zadanie 36** Dane są dwie kule o objętościach  $V = 47\text{cm}^3$  i  $V_1 = 3008\text{cm}^3$ . Jaka jest skala podobieństwa kuli mniejszej do większej?

**Zadanie 37** Krawędzie sześcianu o objętości  $1\text{m}^3$  zmniejszono 20 razy. Jaka jest objętość otrzymanego sześcianu?

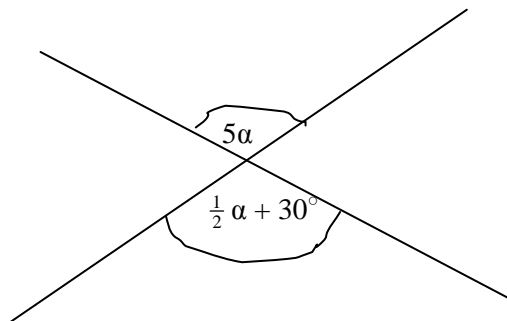
**Zadanie 38** Objętość prostopadłościanu jest równa  $V = 128\text{cm}^3$ . Jego krawędzie zmniejszono  $k$  razy. Objętość otrzymanego prostopadłościanu jest równa  $V_1 = 16\text{cm}^3$ . Wyznacz  $k$ .

**Zadanie 39** Guliwer waży 70kg. Ile powinien ważyć podobny do niego olbrzym 12 razy wyższy, a ile podobny do niego krasnoludek 12 razy niższy?

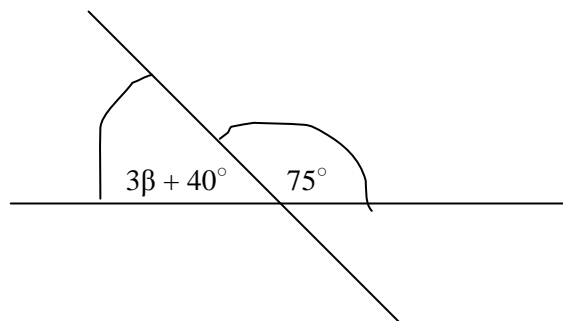
**Zadanie 40** Promień Saturna jest 9 razy większy od promienia Ziemi, a promień Marsa jest połową promienia Ziemi. Oszacuj ile razy objętość Saturna jest większa od objętości Marsa.

**Zadanie 41** Oblicz miary kątów  $\alpha$  i  $\beta$  zaznaczone na rysunku:  $k \parallel m$

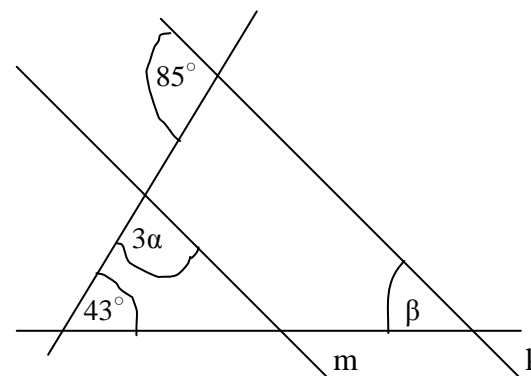
1)



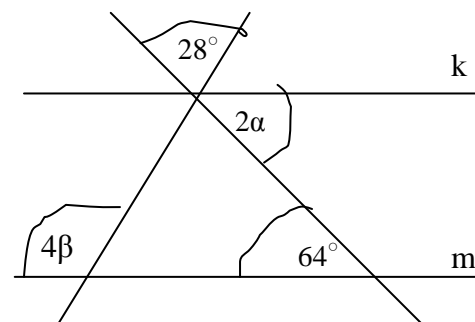
2)



3)

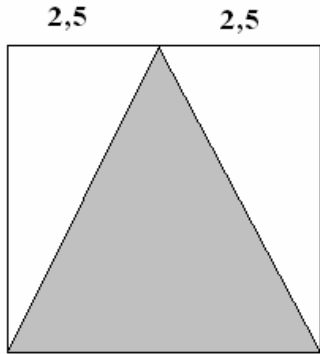


4)

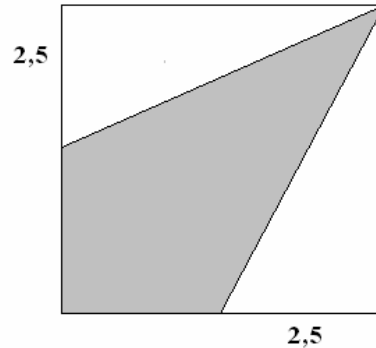


**Zadanie 42** W kwadratach o boku 5 zacięto pewne figury. Oblicz pola tych figur:

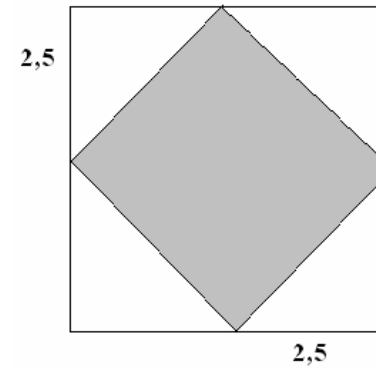
1)



2)



3)



**Zadanie 43** Dany jest trójkąt ABC o kątach  $\alpha = 85^\circ$  oraz  $\beta = 35^\circ$ . Wskaż który z boków jest najdłuższy, a który najkrótszy.

**Zadanie 44** Miary kątów w pewnym trójkącie wynoszą:  $\alpha = 60^\circ$  oraz  $\beta = 40^\circ$ . Oblicz pod jakim kątem przecinają się: a) dwusieczne kątów  $\alpha$  i  $\beta$   
b) dwusieczne kątów  $\alpha$  i  $\gamma$  c) dwusieczne kątów  $\gamma$  i  $\beta$ .

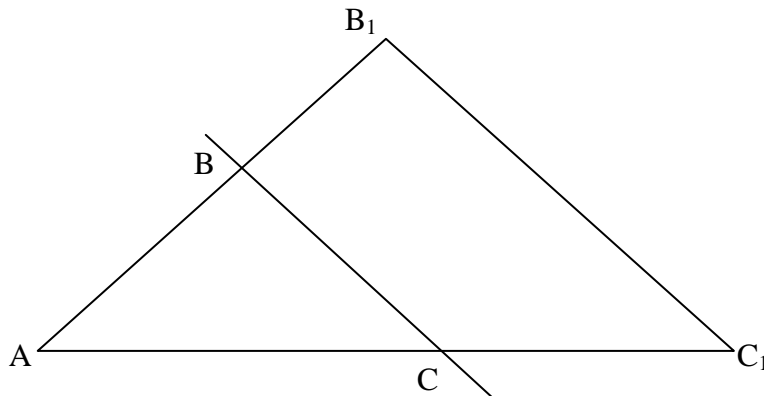
**Zadanie 45** Jeden z kątów trójkąta równoramiennego ma  $45^\circ$ . Znajdź pozostałe kąty tego trójkąta.

**Zadanie 46** W trójkącie prostokątnym miara kąta utworzonego przez wysokość opuszczoną z wierzchołka kąta prostego i jedną przyprostokątną równa jest  $32^\circ$ . Oblicz miary kątów tego trójkąta.

**Zadanie 47** Pole pewnego trójkąta jest równe  $P$ . oblicz pole trójkąta:

- 1) o tej samej podstawie i 2 razy mniejszej wysokości
- 2) o tej samej podstawie i 3 razy mniejszej wysokości
- 3) o 2 razy mniejszej wysokości i 2 razy mniejszej podstawie
- 4) o 6 razy większej wysokości i 5 razy większej podstawie

**Zadanie 48** Na rysunku odcinki BC i  $B_1C_1$  są równoległe. Oblicz:



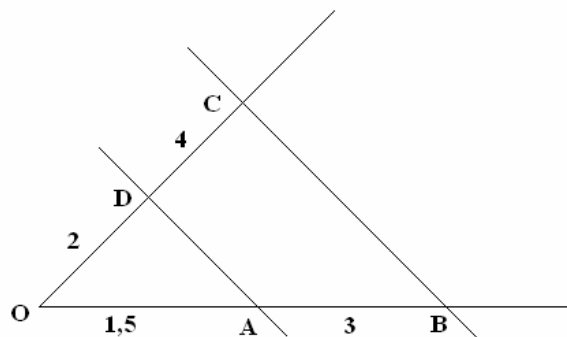
- 1)  $|AB|$ , jeżeli  $|AC| = 12$ ,  $|CC_1| = 8$ ,  $|BB_1| = 6$
- 2)  $|AB_1|$ , jeżeli  $|AB| = 9$ ,  $|AC| = 12$ ,  $|AC_1| = 24$
- 3)  $|CC_1|$ , jeżeli  $|AC| = 5,5$ ,  $|AB| = 7$ ,  $|BB_1| = 3,5$
- 4)  $|AB_1|$ , jeżeli  $\frac{|AC|}{|AC_1|} = \frac{11}{17}$ ,  $|BB_1| = 3,2$

**Zadanie 49** Narysuj dowolny odcinek AB i podziel go w stosunku: a) 1 : 4    b) 3 : 4    c) 2 : 5    d) 1 : 5

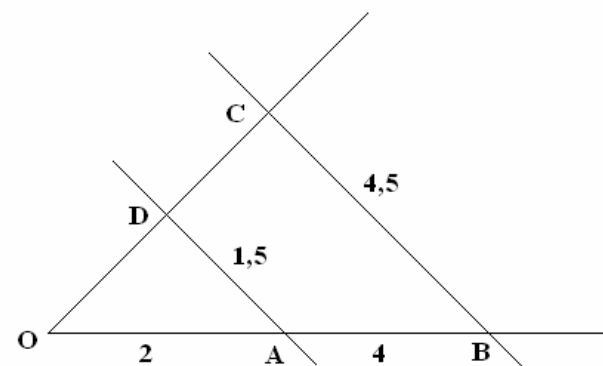
**Zadanie 50** Drabina o długości 2,5m po oparciu o ścianę domu sięga na wysokość 2m. jak wysoko sięga drabina o długości 3,5m, jeśli jest ustawiona pod tym samym kątem?

**Zadanie 51** Uzasadnij, że proste AD i BC są równoległe.

1)

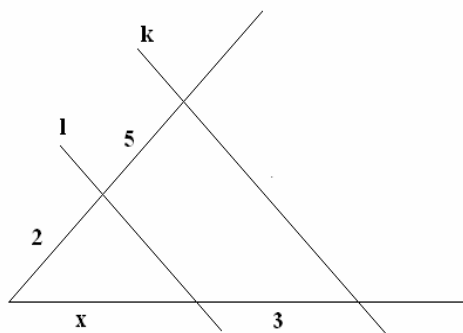


2)

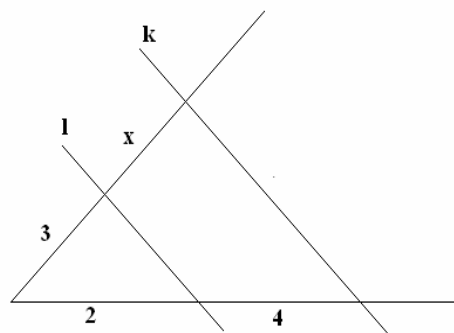


**Zadanie 52** Oblicz długość odcinka  $x$ ,  $k$  | |1:

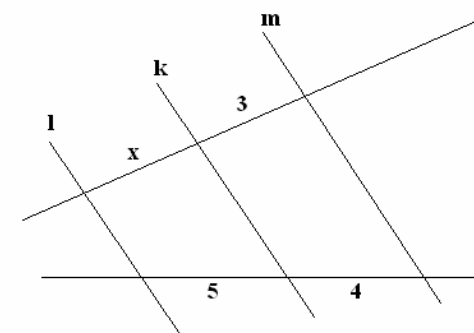
1)



2)



3)



**Zadanie 53** Prosta DE jest równoległa do boku AB trójkąta ABC i przecina bok AC w punkcie D, bok BC w punkcie E. oblicz:

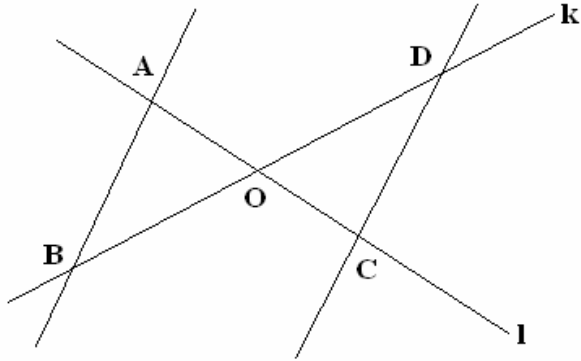
1)  $|AC|$ , jeżeli  $|CD| = 16cm$ ,  $|CE| = 12cm$ ,  $|BC| = 24cm$

3)  $|BC|$ , jeżeli  $|AC| + |BC| = 18cm$ ,  $|CD| = 4cm$ ,  $|CE| = 2cm$

2)  $|AD|$ , jeżeli  $|CE| = 3dm$ ,  $|BE| = 5dm$ ,  $|AC| = 12dm$

**Zadanie 54** Zbadaj, czy odcinek DE jest równoległy do boku AB trójkąta ABC, w którym punkt D należy do boku AC, punkt E do boku BC oraz  $|AC| = 2,7\text{cm}$ ,  $|BC| = 1,8\text{cm}$ ,  $|BE| = 0,6\text{cm}$  i  $|CD| = 1,8\text{cm}$ .

**Zadanie 55** Dane są proste  $k$  i  $l$  przecinające się w punkcie  $O$  oraz proste równoległe  $AB$  i  $CD$ , które przecinają proste  $k$  i  $l$  jak na rysunku.



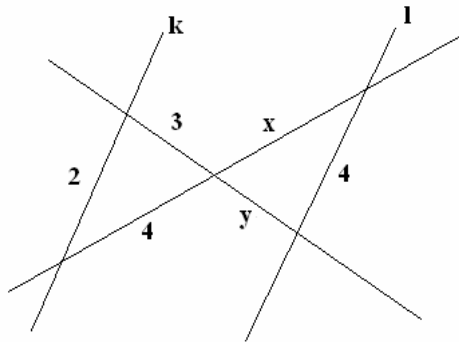
1) Zbadaj, które stosunki odcinków są równe spośród

$$\frac{|OA|}{|OC|}, \frac{|OB|}{|OD|}, \frac{|AB|}{|CD|}, \frac{|CD|}{|AB|}$$

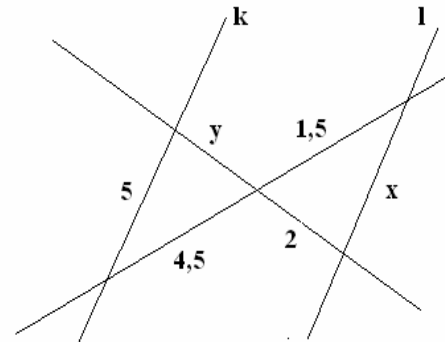
2) Wykaż, że trójkąty  $ABO$  i  $CDO$  są podobne.

**Zadanie 56** Oblicz długości odcinków  $x$  i  $y$ :  $k \parallel l$ :

1)



2)



**Zadanie 57** Czy trójkąty  $ABC$  i  $DEF$  są podobne, jeśli:

1)  $|\angle CAB| = 40^\circ$ ,  $|\angle ABC| = 60^\circ$ ,  $|\angle FDE| = 60^\circ$ ,  $|\angle FED| = 80^\circ$

2)  $|AB| = 4$ ,  $|BC| = 4$ ,  $|AC| = 4\sqrt{3}$ ,  $|\angle DEF| = 30^\circ$ ,  $|\angle FDE| = 120^\circ$

**Zadanie 58** Dane są długości boków dwóch trójkątów. Czy trójkąty te są podobne?

1) 2, 7, 8 oraz 3,  $10\frac{1}{2}$ , 12

4)  $\sqrt{2}$ ,  $2\sqrt{2}$ , 4 oraz 2, 4,  $4\sqrt{2}$

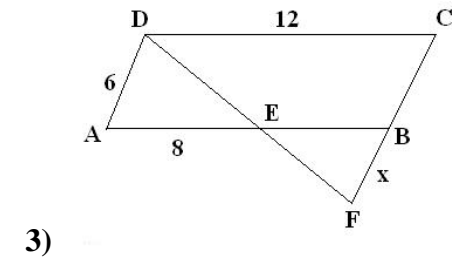
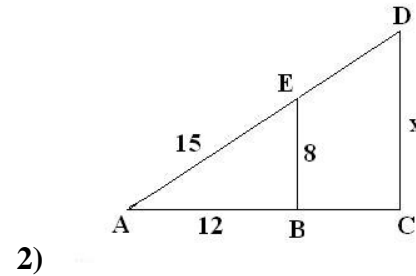
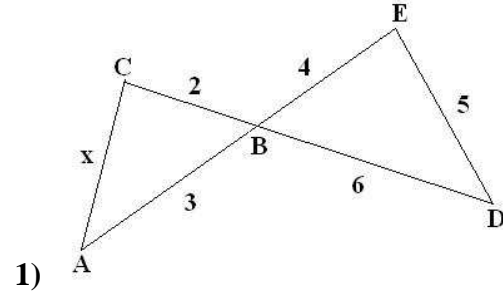
2) 6, 12, 14 oraz 3, 6, 8

5) 10, 6, 4 oraz 2, 1; 0,8

3) 8, 12, 18 oraz 1,6; 2,4; 3,6

6) 3, 5, 7 oraz 12, 20, 28

**Zadanie 59** Wyznacz długość odcinka  $x$ .



**Zadanie 60** Dany jest trójkąt  $ABC$  o bokach 6, 8, 12. Trójkąt  $A_1B_1C_1$  ma najdłuższy bok równy 16 i jest podobny do trójkąta  $ABC$ . Jaka jest skala podobieństwa trójkąta  $ABC$  do trójkąta  $A_1B_1C_1$ ? Oblicz obwód trójkąta  $A_1B_1C_1$ .

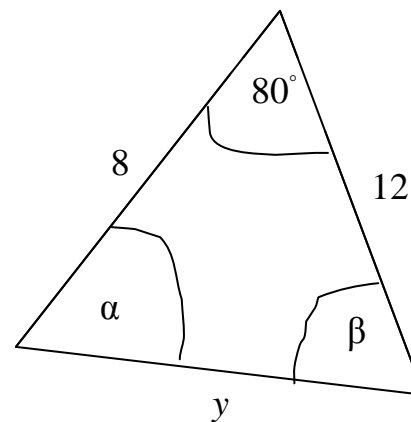
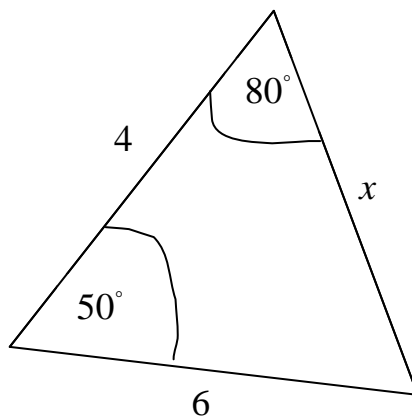
**Zadanie 61** Dane są dwa trójkąty:  $ABC$  i  $A_1B_1C_1$ . Zbadaj, czy są one podobne, wiedząc, że:

1)  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $\gamma = 105^\circ$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$ ,  
 $\beta_1 = 105^\circ$ ,  $\gamma_1 = 30^\circ$ ,

2)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 80^\circ$ ,  $\alpha_1 = 80^\circ$ ,  $\beta_1 = 40^\circ$ ,

3)  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $\alpha_1 = 85^\circ$ ,  $\beta_1 = 50^\circ$ ,

**Zadanie 62** Na rysunku przedstawiono trójkąty podobne. Oblicz miary kątów  $\alpha$  oraz  $\beta$  i długości odcinków  $x$  i  $y$ .



**Zadanie 63** W trójkącie ostrokątnym  $ABC$  wysokości  $AA_1$  oraz  $BB_1$  przecinają się w punkcie  $O$ . Uzasadnij, że trójkąty  $AOB_1$  oraz  $BOA_1$  są podobne.

**Zadanie 64** Arkusz papieru formatu A2 rozcięto wzdłuż przekątnej na dwa trójkąty. Podobnie zrobiono z arkuszem formatu A $\alpha$ . Jaka jest skala podobieństwa większego trójkąta do mniejszego?

**Zadanie 65** Uzasadnij, że prosta równoległa do jakiegokolwiek boku trójkąta odcina niego trójkąt podobny do danego.

**Zadanie 66** W jednym trójkącie prostokątnym kąt ostry ma miarę  $38^\circ$ , w drugim  $52^\circ$ . Czy trójkąty są podobne?

**Zadanie 67** Dane są dwa trójkąty prostokątne: trójkąt  $ABC$ , w którym kąt przy wierzchołku  $A$  jest równy  $27^\circ$  i trójkąt  $KMN$ , w którym kąt przy wierzchołku  $K$  wynosi  $63^\circ$ . Czy te trójkąty są podobne?

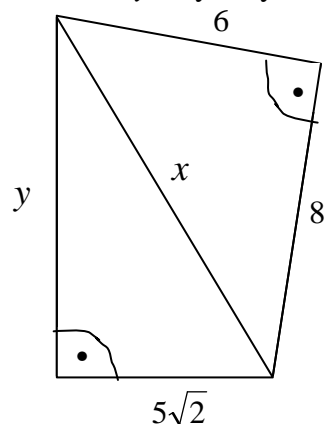
**Zadanie 68** Kąt przy wierzchołku trójkąta równoramiennego wynosi  $36^\circ$ , a kąt przy podstawie drugiego trójkąta równoramiennego wynosi  $74^\circ$ . Czy te trójkąty są podobne?

**Zadanie 69** W trójkącie prostokątnym  $ABC$  o przyprostokątnej  $AC = 4\text{cm}$  poprowadzono odcinek  $DE \parallel BC$  tak, że punkt  $D$  należy do boku  $AC$ , a punkt  $E$  do boku  $AB$ . Wiedząc, że  $DE = \frac{3}{4}BC$ , oblicz  $AD$ .

**Zadanie 70** Dany jest trójkąt prostokątny  $ABC$ . Zbuduj trójkąt podobny do danego o polu dziewięć razy większym.

**Zadanie 71** Czy do trójkąta o bokach długości 3, 4, 5 może być podobny trójkąt, którego dwa boki mają długości 4 i 6?

**Zadanie 72** Oblicz długość odcinków  $x$  i  $y$ . Czy narysowane trójkąty prostokątne są podobne?

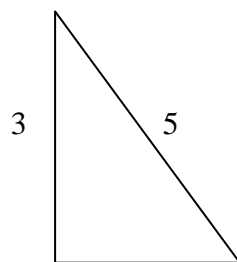


**Zadanie 73** Wyznacz pole trójkąta prostokątnego, jeżeli jego wysokość dzieli przeciwprostokątną na odcinki długości 25cm i 4cm.

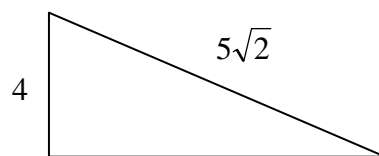
**Zadanie 74** Czy trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 12 i 16 jest podobny do trójkąta prostokątnego o przyprostokątnej 8 i przeciwprostokątnej 10? Jeśli tak, podaj skalę tego podobieństwa.

**Zadanie 75** Dwa trójkąty prostokątne równoramienne są podobne w skali  $k = \frac{4}{3}$ . Przyprostokątna mniejszego z nich ma 9cm. Podaj wymiary większego trójkąta.

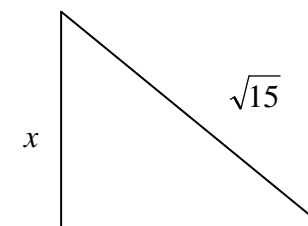
**Zadanie 76** Do każdego z poniższych trójkątów podaj wymiary trójkątów podobnych w podanej skali:



$$k = 2$$



$$k = \frac{3}{2}$$

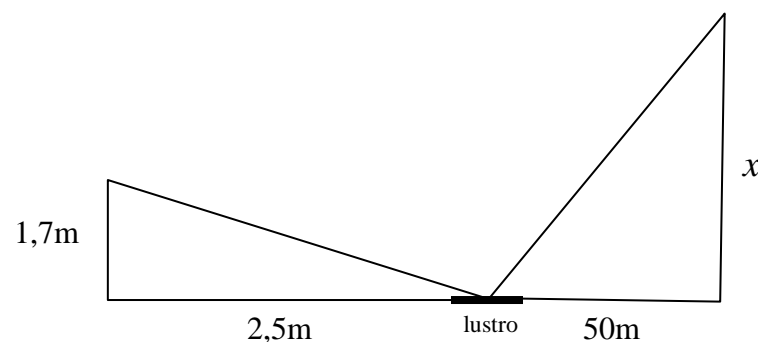


$$k = \sqrt{2}$$

**Zadanie 77** Drzewo rzuca cień o długości 12m. Pionowo ustawiony drążek o wysokości 90cm rzuca cień długości 72cm. Oblicz wysokość drzewa.

**Zadanie 78** Mężczyzna, chcąc zmierzyć wysokość wzgórza, którego wierzchołkiem jest punkt W, zaznacza na płaskim terenie dwa punkty A i B, odległe od siebie o 1000 metrów. Punkty A, B oraz W leżą w płaszczyźnie prostopadłej do podstawy wzgórza. Wierzchołek wzgórza widać z punktów A i B pod kątami o miarach  $30^\circ$  i  $15^\circ$ . Na podstawie odpowiedniego rysunku w skali, określ wysokość wzgórza.

**Zadanie 79** Posługując się lustrem można wyznaczyć wysokość obiektu. Oblicz wysokość drzewa ( $x$ ) na rysunku:



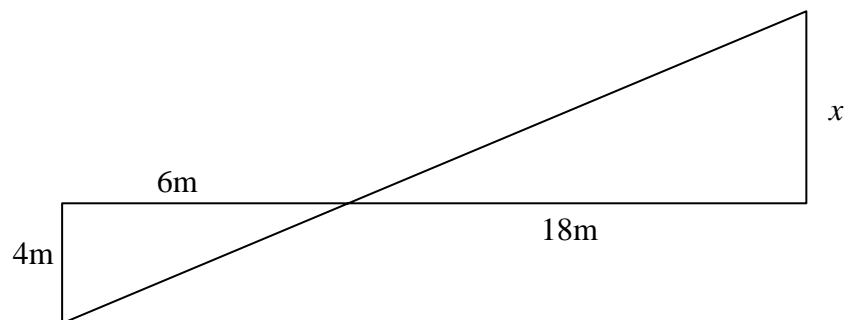
**Zadanie 80** Lampa uliczna rzuca cień o długości 8m. chłopiec o wzroście 150cm stojący przy lampie rzuca cień o długości 2 metrów. Oblicz wysokość lampy.

**Zadanie 81** Drzewo o wysokości 8m rzuca cień długości 12m. w jakiej odległości od drzewa powinien stanąć człowiek o wysokości 2m, by koniec jego cienia i cienia drzewa pokrywały się?

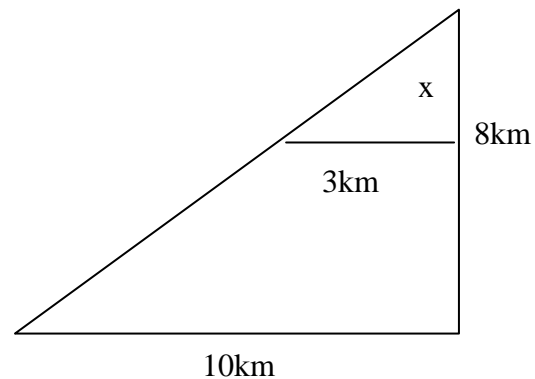
**Zadanie 82** Drzewo rzuca cień długości 10m, pionowo ustawiony drążek mający 80cm wysokości rzuca cień długości 62cm. Jaką wysokość ma drzewo?



**Zadanie 83** Oblicz szerokość rzeki mając dane na rysunku:

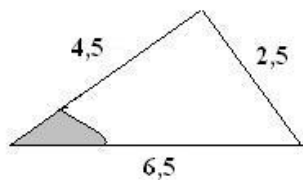


**Zadanie 84** Oblicz długość ścieżki rowerowej wytyczonej pomiędzy jeziorami. Wynik podaj z dokładnością do 100m.

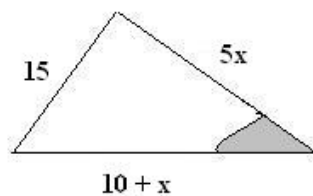


**Zadanie 85** Dla podanych kątów w trójkątach wyznacz wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych:

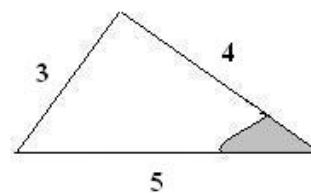
1)



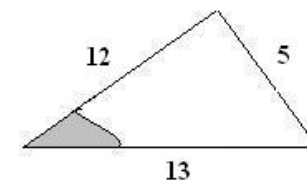
3)



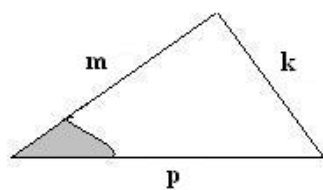
5)



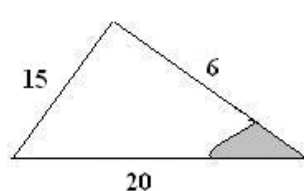
7)



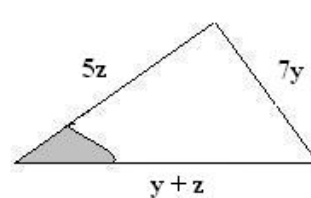
2)



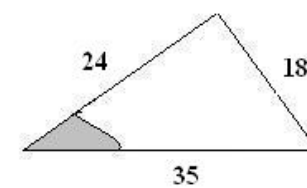
4)



6)



8)



**Zadanie 86** Narysuj na kracie kąt, spełniający warunek:

1)  $\operatorname{ctg} \alpha = 2$

2)  $\operatorname{tg} \alpha = 1$

3)  $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2}$

4)  $\operatorname{ctg} \alpha = 1$

5)  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$

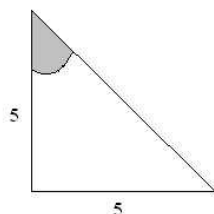
6)  $\cos \beta = \frac{1}{4}$

7)  $\sin \beta = \frac{2}{3}$

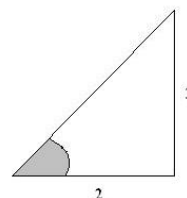
8)  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$

**Zadanie 87** Znajdź wartości tangensa i cotangensa zaznaczonych kątów:

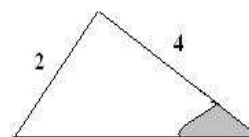
1)



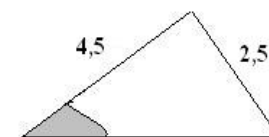
2)



3)



4)



**Zadanie 88** W jakiej odległości od ściany domu należy ustawić dolny koniec drabiny o długości 7,8m tak, aby górny jej koniec opierał się o okienko na strychu, znajdujące się na wysokości 6,5m? Jaki kąt utworzy wtedy drabina ze ścianą domu?

**Zadanie 89** Prostokąt ma boki długości 32,5cm i 25cm. Oblicz kąt między przekątnymi tego prostokąta.

**Zadanie 90** Promienie Słońca padają na ziemię pod kątem  $30^\circ$ . Oblicz wysokość drzewa, wiedząc, że jego cień ma długość 24,5m.

**Zadanie 91** Samolot, przelatujący nad punktem odległym od obserwatora o 4km, widać pod kątem  $45^\circ$ . Na jakiej wysokości i w jakiej odległości od obserwatora znajduje się samolot?

**Zadanie 92** W trapezie równoramiennym podstawy mają długości 10dm i 20dm, a wysokość 6dm. Oblicz tangens i cotangens kąta, jaki tworzy ramię trapezu z dłuższą podstawą.

**Zadanie 93** Przekątna kwadratu o boku 6 jest równa  $6\sqrt{2}$ . Oblicz tangens i cotangens kąta, jaki tworzy przekątna z bokiem.

**Zadanie 94** Oblicz kąt ostry rombu, w którym dłuższa przekątna ma 9cm długości, a krótsza 4cm.

**Zadanie 95** Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 15cm i 24cm, a wysokość trapezu wynosi 5,4cm. Oblicz kąt ostry trapezu i długość jego ramienia.

**Zadanie 96** Rozpiętość dwuspadowego dachu wynosi 8m, a wysokość dachu wynosi 2,4m. Oblicz długość linii spadu i kąt rozwartości dachu.

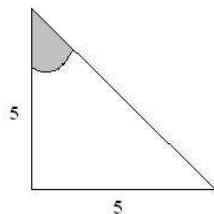
**Zadanie 97** Maszt ustawiony pionowo podtrzymują cztery liny przytwierdzone do niego na wysokości 14m od ziemi, w odległości 8,4m od podstawy masztu. Oblicz, ile metrów liny zużyto, jeśli przy zakładaniu każdej liny należy doliczyć 1,2m liny na węzeł. Oblicz kąt między liną i masztem.

**Zadanie 98** Komin fabryczny ma 15m wysokości. Średnica komina u podstawy ma 2m, w u wierzchołka 1m. oblicz kąt nachylenia tworzącej komina do płaszczyzny poziomej.

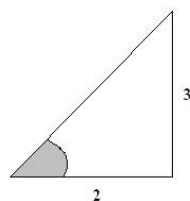
**Zadanie 99** Obwód prostokąta jest równy 23,4dm. Oblicz długości boków tego prostokąta, wiedząc, że tangens kąta, jaki tworzy przekątna z dłuższym bokiem, jest równy 1,25.

**Zadanie 100** Oblicz długość przeciwprostokątnej. Znajdź wartości sinusa i cosinusa zaznaczonych kątów:

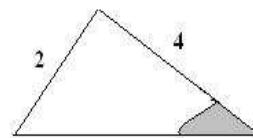
1)



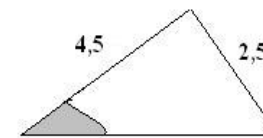
2)



3)



4)



**Zadanie 101** W trapezie równoramiennym  $AB = 72\text{cm}$ ,  $DC = 54\text{cm}$ ,  $AD = BC = 45\text{cm}$ . Oblicz kąty tego trapezu.

**Zadanie 102** W trójkącie równoramiennym  $ABC$  mamy:  $AC = BC = 23\text{cm}$ . Kąt  $\alpha$  przy wierzchołku  $C$  ma miarę  $48^\circ$ . Oblicz długość podstawy  $AB$ , długość wysokości i pole trójkąta  $ABC$ .

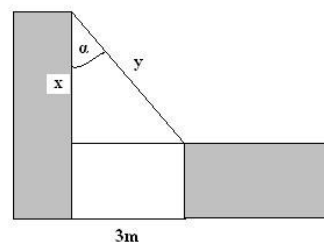
**Zadanie 103** W trójkącie równoramiennym ramię jest 2,5 razy dłuższe od podstawy. Oblicz kąty tego trójkąta.

**Zadanie 104** Lina długości 15m podtrzymuje maszt. Kąt nachylenia liny do ziemi wynosi  $60^\circ$ . Na jakiej wysokości umocowana jest lina?

**Zadanie 105** Oblicz wysokość murka, na którym oparta jest dwumetrowa deska. Deska ta nachylona jest do płaszczyzny podłoża pod kątem  $20^\circ$ .

**Zadanie 106** Ogrodnik przywiązał linkę do pnia drzewa na wysokości 2,5m. Linkę przymocował do podłoża w odległości 3m od drzewa. Pod jakim kątem linka jest nachylona do podłoża?

**Zadanie 107** Dwaj koledzy postanowili przerzucić linę pomiędzy skałami. Dane na rysunku. Czy wystarczy im lina długości 5m? Jaka jest różnica wysokości skałek względem podstawy skałek?  $\alpha = 35^\circ$ .



**Zadanie 108** O ścianę szkoły oparto drabinę. Uważnie przyjrzyjmy się tej sytuacji. Przyjmijmy, że drabina ma długość 4m i jej początek oddalony jest od ściany o 2,3m. Oblicz miary kątów jakie drabina tworzy z podłożem oraz ze ścianą budynku. Na jakiej wysokości drabina opiera się o ścianę budynku?

**Zadanie 109** Straż pożarna w Rogowie dysponuje drabiną długości 10m. Ze względów bezpieczeństwa drabina musi być oparta pod kątem większym od  $45^\circ$  i mniejszym od  $75^\circ$ . Jak daleko od ściany budynku można ustawić drabinę? Z którego piętra strażacy będą mogli ewakuować ludzi?

**Zadanie 110** Oblicz wysokość samochodu rzucającego cień o długości 2m w chwili, kiedy promienie słoneczne padają na ziemię pod kątem  $32^\circ$ ?

**Zadanie 111** W pierwszym dniu zimy w południe promienie słoneczne w Głogówku padają pod kątem  $16^\circ$ . Jaka jest wysokość budynku gimnazjum, którego cień ma długość 43m? jaka będzie długość cienia tego budynku w pierwszym dniu lata, gdy promienie słoneczne padają pod kątem  $63^\circ$ ?

**Zadanie 112** Na brzegu morza stoi latarnia o wysokości 57m. Z jej szczytu widać przepływający statek pod kątem depresji  $2^\circ$ . Oblicz odległość statku od latarni. (Kąt depresji to kąt zawarty pomiędzy promieniami widzenia a poziomem).

**Zadanie 113** Dwaj geodeci, dokonując pomiarów terenowych, stoją po różnych stronach masztu telefonii komórkowej i widzą jego końcówkę pod kątem  $45^\circ$  i  $60^\circ$ . Maszt ma wysokość 35m. W jakiej odległości od podstawy masztu stoją geodeci?

**Zadanie 114** Na podwórku stoi słup elektryczny. Kiedy wschodzi słońce i jego promienie padają na ziemię pod kątem  $30^\circ$ , słup rzuca cień długości 10m. Wieczorem słup rzuca cień długości 6m w przeciwną stronę. Jak wysoki jest słup? Jaki jest kąt padania promieni słonecznych wieczorem?

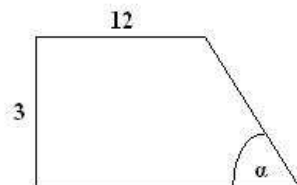
**Zadanie 115** Wyznacz pole prostokąta, w którym dłuższy bok wynosi 10, a przekątna tworzy z dłuższym bokiem kąt  $30^\circ$ .

**Zadanie 116** W trapezie podstawy mają długości 8 i 4. Kąty, jakie tworzą ramiona z dłuższą podstawą mają  $45^\circ$  i  $30^\circ$ . Oblicz długości ramion trapezu.

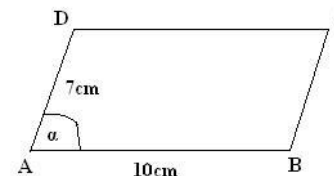
**Zadanie 117** Znajdź pozostałe kąty i boki w trójkącie prostokątnym, mając następujące dane:

- 1) przyprostokątne równe  $\sqrt{6}$  oraz  $\sqrt{2}$
- 2) przyprostokątna równa  $\sqrt{2}$  i leżący naprzeciw niej kąt  $45^\circ$
- 3) przeciwprostokątna równa 10 i kąt równy  $30^\circ$
- 4) przyprostokątna równa  $a$  i kąt równy  $60^\circ$

**Zadanie 118** Oblicz pole i obwód trapezu prostokątnego na rysunku, jeżeli:  $\alpha = 30^\circ$



**Zadanie 119** Oblicz pole równoległoboku przedstawionego na rysunku, jeżeli:  $\alpha = 45^\circ$



**Zadanie 120** Kolejka linowa wznosi się pod kątem  $\alpha = 30^\circ$ . Stacja na wierzchołku góry jest o 2000 metrów wyżej niż stacja bazowa. Jaka jest długość trasy kolejki?

**Zadanie 121** Oblicz wartość wyrażenia:

1)  $\frac{\sin 30^\circ + \cos^2 45^\circ}{\operatorname{tg} 45^\circ - 2} =$

3)  $\frac{\sin^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ}{(1 - \operatorname{tg} 30^\circ) \cdot (1 + \operatorname{tg} 30^\circ)} =$

5)  $\frac{3 \sin 60^\circ}{\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ} =$

2)  $5 \sin 30^\circ + 4 \cos 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ =$

4)  $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ =$

6)  $3 \sin 60^\circ - 5 \operatorname{ctg} 45^\circ + 2 \operatorname{tg} 30^\circ =$

$$7) \frac{\operatorname{ctg}^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ}{3 - 2\operatorname{ctg} 45^\circ} =$$

$$8) 2 \sin 30^\circ + 3 \cos 60^\circ - 4 \operatorname{tg} 45^\circ =$$

$$9) \frac{2 - \operatorname{tg}^2 60^\circ}{\sin 30^\circ \cos 60^\circ} =$$

$$10) \sin^2 45^\circ + \cos 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ - \sin 60^\circ =$$

$$11) \frac{12 \cos 30^\circ - 6 \operatorname{tg} 30^\circ}{4 \sin 60^\circ} =$$

**Zadanie 122** Oblicz wartość  $x$  z proporcji:

$$1) \frac{x}{\operatorname{ctg} 30^\circ} = \frac{\cos 30^\circ}{2 \sin 30^\circ}$$

$$2) \frac{\sin 45^\circ}{x} = \frac{\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 30^\circ}{\frac{3}{4} \cos 60^\circ}$$

$$3) \frac{5 \operatorname{tg} 45^\circ}{\sqrt{2}x} = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ}$$

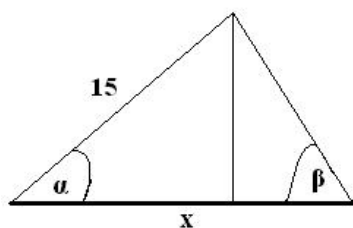
$$4) \frac{x}{\operatorname{tg} 60^\circ} \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} =$$

$$5) \frac{x}{\operatorname{ctg} 30^\circ} = \frac{\cos 60^\circ}{\sin 45^\circ}$$

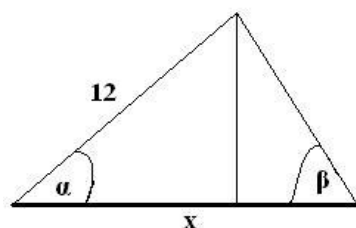
$$6) \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}x}{2 \operatorname{ctg} 30^\circ}$$

**Zadanie 123** Przyjmując dane jak na rysunku poniżej, oblicz długość odcinka  $x$ :

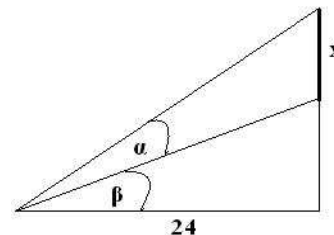
$$1) \alpha = 45^\circ, \beta = 60^\circ$$



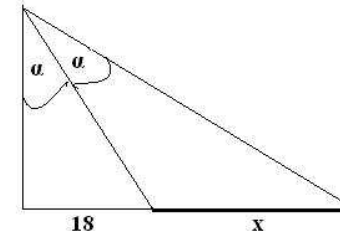
$$2) \alpha = 30^\circ, \beta = 45^\circ$$



$$3) \alpha = 15^\circ, \beta = 30^\circ$$



$$4) \alpha = 30^\circ$$



## VI. Geometria analityczna

**Zadanie 1** Znajdź równanie ogólne prostej przechodzącej przez punkty

$$a) A(-6, 5) \text{ i } B(1, -3),$$

$$b) A(-8, -1) \text{ i } B(-5, 7)$$

$$c) A(-5, 5) \text{ i } B(3, -7)$$

$$d) A(2, 3) \text{ i } B(-4, -1)$$

$$e) A(-5, 4) \text{ i } B(7, -1)$$

$$f) A(-1, -5) \text{ i } B(4, 3)$$

$$g) A(2, 5) \text{ i } B(-4, 1)$$

$$h) A(-2, 7) \text{ i } B(-1, -2)$$

$$i) A(-3, -2) \text{ i } B(5, -2)$$

$$j) A(-1, 4) \text{ i } B(4, -1)$$

$$k) A(-2, -8) \text{ i } B(-3, -5)$$

$$l) A(3, 3) \text{ i } B(2, -6)$$

**Zadanie 2** Napisz równania prostych zawierających boki oraz przekątne równoległoboku ABCD o wierzchołkach: A(1, 3), B(-2, -3), C(1, -1) i D(4, 5).

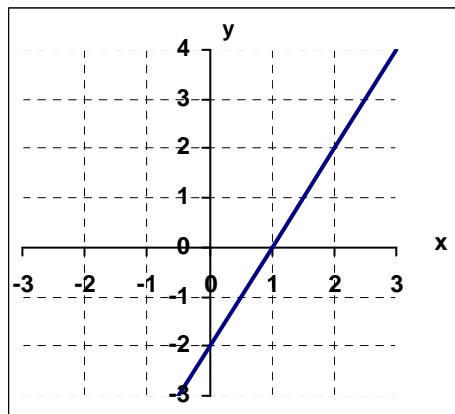
**Zadanie 3** Dane są punkty: A(1, 2), B(3, -2), C(-2, 4), D(-5, -3). Które z nich leżą na prostej  $y = \frac{1}{8}x - \frac{19}{8}$ ?

**Zadanie 4** Sporządź wykres prostej: a)  $y = 2x - 3$       b)  $y = 2$       c)  $y = \frac{1}{2}x + 3$ .

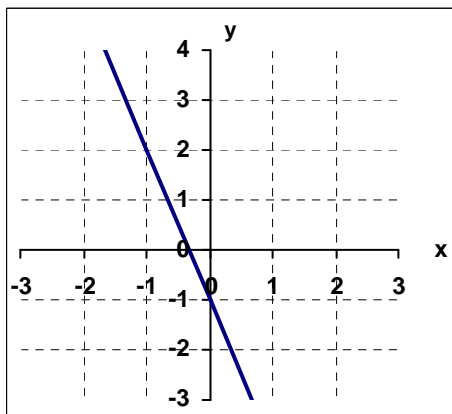
**Zadanie 5** Wyznacz współczynniki kierunkowe wszystkich prostych przechodzących przez dwa punkty spośród punktów: A(2, 3), B(-4, -1), C(3, -5), D(-1, 4).

**Zadanie 6** Wyznacz równania prostych przedstawionych na wykresach:

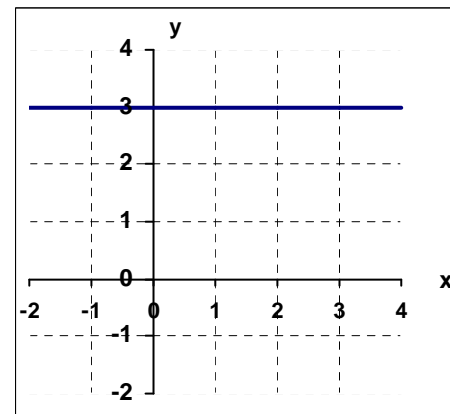
1)



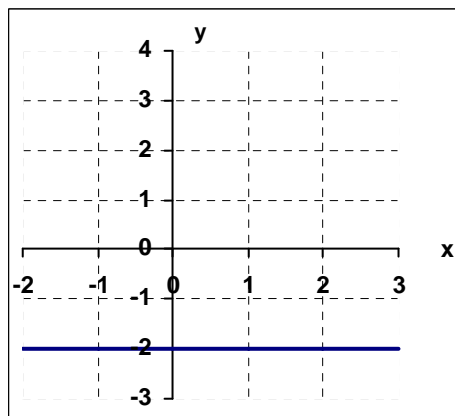
3)



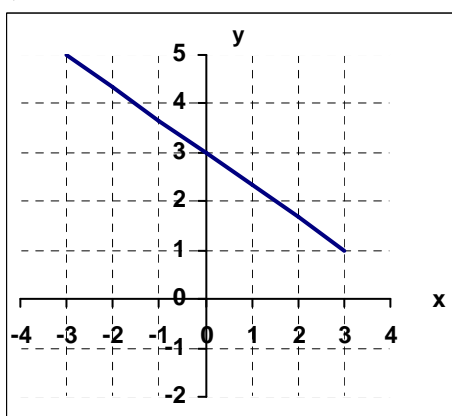
5)



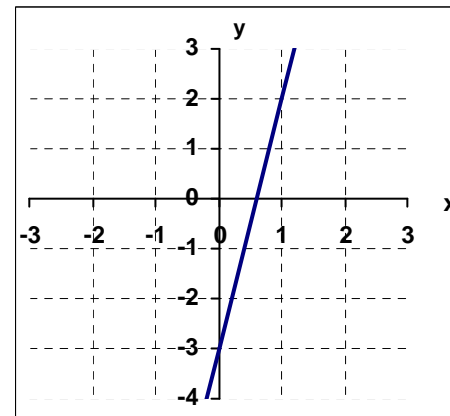
2)



4)



6)



**Zadanie 7** Odczytaj z wykresu punkt przecięcia prostych:

1)  $y = 3x - 5$  i  $y = \frac{3}{2}x - 2$

2)  $y = -\frac{1}{3}x - 2$  i  $y = 4x + 11$

3)  $y = 0,75x - 2$  i  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{19}{3}$

**Zadanie 8** Znajdź równanie prostej przechodzącej przez punkt

1)  $P(-1, -2)$  oraz równoległej do prostej  $y = -4x + 3$ ,

2)  $P(5, -6)$  oraz prostopadłej do prostej  $y = -x + 6$ .

3)  $P(-4, 5)$  oraz równoległej do prostej  $y = 6x - 2$ ,

4)  $P(7, 2)$  oraz prostopadłej do prostej  $y = 5x - 1$ .

5)  $P(8, -7)$  oraz równoległej do prostej  $y = 3x - 9$ ,

6)  $P(1, 6)$  oraz prostopadłej do prostej  $y = -2x - 4$ ,

7)  $P(3, 5)$  oraz równoległej do prostej  $y = -2x + 7$ ,

8)  $P(-3, -2)$  oraz prostopadłej do prostej  $y = -3x + 2$

**Zadanie 9** Sprawdź, czy proste dane równaniami są równoległe:

1)  $y = -2x + 1$  i  $4x + 2y - 3 = 0$

3)  $y = 3x - 5$  i  $2y - x - 2 = 0$

5)  $\frac{1}{2}x + 5 = 0$  i  $7x - 4 = 0$

2)  $y = 3x + 2$  i  $3x + y - 2 = 0$

4)  $5x - 2y = 0$  i  $-2,5x + y + 5 = 0$

6)  $-4y + x + 2 = 0$  i  $\frac{1}{4}x + y - 2 = 0$

**Zadanie 10** Napisz równie prostej:

1) o współczynniku kierunkowym  $a = 3$  i przechodzącej przez punkt  $A(0, 5)$

2) o współczynniku kierunkowym  $a = \frac{2}{3}$  i przechodzącej przez punkt  $A(3, -2)$

3) o współczynniku kierunkowym  $a = -1$  i przechodzącej przez punkt  $A(6, 1)$

4) o współczynniku kierunkowym  $a = 0$  i przechodzącej przez punkt  $A(-4, -1)$

5) o współczynniku kierunkowym  $a = -\frac{1}{3}$  i przechodzącej przez punkt  $A(6, -3)$

6) o współczynniku kierunkowym  $a = -0,75$  i przechodzącej przez punkt  $A(0, 4)$

**Zadanie 11** Naszkicuj proste o równaniach:

1)  $3x + 2y - 5 = 0$

3)  $-3x + y + 7 = 0$

5)  $2x - y + 5 = 0$

7)  $2x - 5y = 0$

2)  $2x - 4y + 3 = 0$

4)  $-7x + 13y + 11 = 0$

6)  $-3x - 2y + 5 = 0$

8)  $7x + 4y - 3 = 0$

**Zadanie 12** Określ wzajemne położenie prostych o równaniach:

1)  $y + x - 5 = 0$  i  $x + y + 7 = 0$

4)  $3y - 6 = 0$  i  $y + 5 = 0$

7)  $2x + 4 = 0$  i  $y - 3 = 0$

2)  $3x - y + 1 = 0$  i  $6x - 2y + 2 = 0$

5)  $2x + y - 1 = 0$  i  $x - 2y + 6 = 0$

8)  $2x - y + 3 = 0$  i  $4x - 2y + 6 = 0$

3)  $x - 4y + 7 = 0$  i  $2x - 7y + 14 = 0$

6)  $y = 5x - 1$  i  $y = -\frac{1}{5}x + 3$

9)  $-4y + x + 2 = 0$  i  $\frac{1}{4}x + y - 2 = 0$

**Zadanie 13** Nie rozwiązując układu równań, określ liczbę punktów wspólnych prostych danych równaniami:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| 1) $2x - 3y + 5 = 0$ i $2x - 3y + 1 = 0$ | 4) $y - 2x - 3 = 0$ i $y = -2x + 1$     | 7) $x - 3y = 4$ i $3y - x = 4$           |
| 2) $y + 4x = 1$ i $4x = 1 - y$           | 5) $x + 2y + 4 = 0$ i $3x + 6y + 1 = 0$ | 8) $2x - y - 3 = 0$ i $y = 2x - 3$       |
| 3) $2x + y = 2$ i $x + 2y = 2$           | 6) $3x - y = 1$ i $y + 1 = 3x$          | 9) $x - 4y + 7 = 0$ i $2x - 7y + 14 = 0$ |

**Zadanie 14** Oblicz współrzędne punktu przecięcia się prostych danych równaniami:

- |  |                                    |  |
|--|------------------------------------|--|
| 1) $x + 2y - 4 = 0$ i $3x - y - 5 = 0$ | 4) $2x + 4 = 0$ i $y - 1 = 0$      | 7) $x - 2y - 1 = 0$ i $x + y = 2$        |
| 2) $y = -4$ i $y = -\frac{1}{3}x - 4$  | 5) $x - 2y + 5 = 0$ i $x + y = 0$  | 8) $2x + y = 4$ i $3x - 2y = -1$         |
| 3) $x - 2 = 0$ i $4x - y - 3 = 0$      | 6) $2x + y = 4$ i $4x - y - 2 = 0$ | 9) $2x - y - 4 = 0$ i $3y - 4x - 12 = 0$ |

**Zadanie 15** Zaznacz zbiór punktów płaszczyzny, których współrzędne spełniają nierówność:

- |                         |                        |                         |                      |
|-------------------------|------------------------|-------------------------|----------------------|
| 1) $x + y - 3 < 0$      | 3) $x - 7y > 10$       | 5) $3x + 4y - 7 \geq 0$ | 7) $-5x - y < 7$     |
| 2) $3x - 2y - 8 \geq 0$ | 4) $2x - y + 3 \leq 0$ | 6) $-4x + 2y \leq -6$   | 8) $4x - 3y + 2 > 0$ |

**Zadanie 16** Przedstaw graficznie rozwiązanie układu nierówności:

- |  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| 1) $\begin{cases} y \geq 2x - 4 \\ y \leq -3x + 6 \end{cases}$ | 3) $\begin{cases} y \leq -x - 5 \\ y > 2x + 8 \end{cases}$             | 5) $\begin{cases} 2x + y - 4 < 0 \\ 2x + y + 4 \geq 0 \end{cases}$ | 7) $\begin{cases} 7x - 2y + 4 > 0 \\ 2x + 3y - 6 > 0 \end{cases}$ |
| 2) $\begin{cases} y \leq -5x + 1 \\ y > -2x + 1 \end{cases}$   | 4) $\begin{cases} x - 2y + 5 \geq 0 \\ 7x + 3y - 9 \geq 0 \end{cases}$ | 6) $\begin{cases} x - 2y + 5 < 0 \\ 2x - 4y - 8 > 0 \end{cases}$   | 8) $\begin{cases} 5x + 8 < 0 \\ 4x - 4y - 8 < 0 \end{cases}$      |

**Zadanie 17** Przedstaw graficznie rozwiązanie układu nierówności:

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1) $\begin{cases} y \geq 0 \\ x - y \leq 2 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} x > 0 \\ x + 2y < 1 \\ x - y < 2 \end{cases}$ | 3) $\begin{cases} x - 2y + 4 \geq 0 \\ x + 2y + 2 \geq 0 \\ y < 3 \end{cases}$ |
|---|---|--|

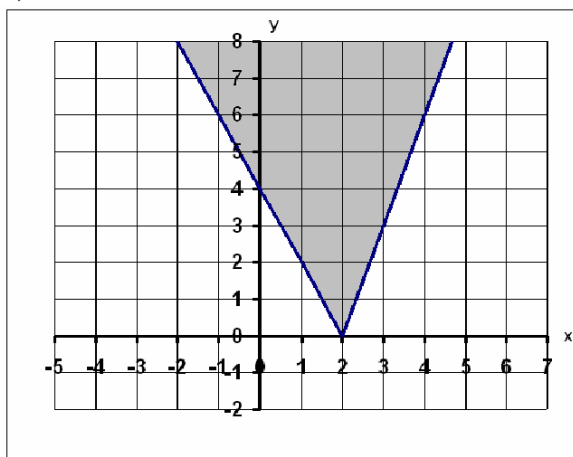
**Zadanie 18** Wyznacz układ nierówności, które opisują zbiór wszystkich punktów należących do trójkąta o wierzchołkach:

A(3, -2), B(3, 4), C(-1, 2).

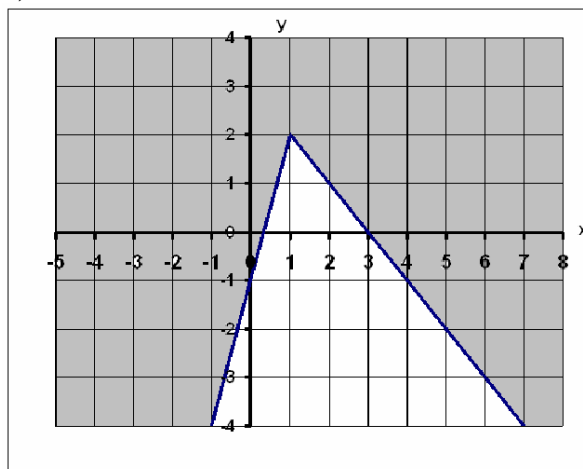


**Zadanie 19** Wyznacz układ nierówności, którego rozwiązanie graficzne przedstawiono na rysunku:

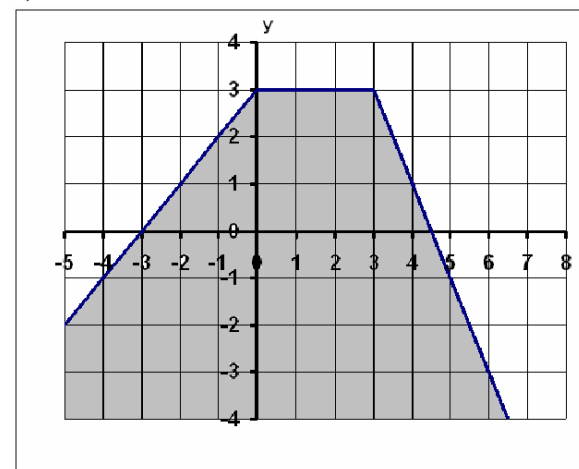
1)



2)



3)



**Zadanie 20** Znajdź współrzędne punktu przecięcia prostych

a)  $y = 2x + 1$  i  $y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$ . Oblicz odległość tego punktu od punktu  $A(-9, -2)$ .

b)  $y = -3x + 3$  i  $y = 2x - 7$ . Oblicz odległość tego punktu od punktu  $A(-4, 5)$ .

c)  $y = 4x + 1$  i  $y = x - 5$ . Oblicz odległość tego punktu od punktu  $A(4, 3)$ .

**Zadanie 21** Oblicz długość odcinka  $AB$ , jeżeli:

1)  $A(2, 3)$  i  $B(-4, -1)$

3)  $A(-1, -5)$  i  $B(4, 3)$

5)  $A(3, -4)$  i  $B(0, 0)$

7)  $A(4, -2)$  i  $B(-3, 8)$

2)  $A(-5, 4)$  i  $B(7, -1)$

4)  $A(3, 2)$  i  $B(-1, -2)$

6)  $A(-1, -3)$  i  $B(-5, -8)$

8)  $A(1, 5)$  i  $B(4, 2)$

**Zadanie 22** Oblicz długość boku i przekątnej oraz środek symetrii kwadratu o wierzchołkach:  $A(1, -2)$ ,  $B(9, 4)$ ,  $C(3, 12)$ ,  $D(-5, 6)$ .

**Zadanie 23** Czy trójkąt o wierzchołkach  $A(-2, -2)$ ,  $B(1, 2)$ ,  $C(4, -2)$  jest trójkątem równobocznym?

**Zadanie 24** Oblicz obwód trójkąta o wierzchołkach  $A(3, 1)$ ,  $B(-1, 2)$ ,  $C(0, 5)$ .

**Zadanie 25** Dany jest trójkąt o wierzchołkach  $A(-2, 1)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $C(7, -1)$ . Oblicz długości boków trójkąta. Oblicz obwód tego trójkąta.

**Zadanie 26** Wyznacz środek odcinka o końcach:

1)  $A(1, 1)$  i  $B(-2, -8)$

4)  $A(0, 5)$  i  $B(3, -3)$

7)  $A(0, -5)$  i  $B(-2, 0)$

10)  $A(11, 6)$  i  $B(8, 7)$

2)  $A(-2, 7)$  i  $B(3, -5)$

5)  $A(3, 0)$  i  $B(0, -9)$

8)  $A(-3, 4)$  i  $B(-1, -1)$

11)  $A(-2, -5)$  i  $B(0, -1)$

3)  $A(-6, -5)$  i  $B(-2, -1)$

6)  $A(-1, -2)$  i  $B(-3, -4)$

9)  $A(7, -1)$  i  $B(0, -3)$

12)  $A(-1, -1)$  i  $B(-5, -5)$

**Zadanie 27** Dany jest czworokąt o wierzchołkach  $A(0, -2)$ ,  $B(7, -1)$ ,  $C(3, 5)$ ,  $D(-2, 2)$ . Wyznacz wierzchołki czworokąta EFGH, wiedząc, że są to punkty leżące na środkach boków czworokąta ABCD.

**Zadanie 28** Zbadaj, czy proste dane równaniami są prostopadłe:

1)  $y = -x + 1$  i  $-2x + 2y - 3 = 0$

3)  $y = \frac{1}{2}x - 5$  i  $2y - x - 2 = 0$

5)  $\frac{1}{2}x + 5 = 0$  i  $7x - 4 = 0$

2)  $y = \frac{1}{3}x + 2$  i  $3x + y - 2 = 0$

4)  $2x - 5y = 0$  i  $-2,5x + y + 5 = 0$

6)  $-4y + x + 2 = 0$  i  $4x + y - 2 = 0$

**Zadanie 29** Wyznacz odległość punktu  $M(-1, 5)$  od prostej o równaniu:

1)  $y = 5x - 3$

4)  $-3y + 2 = 0$

7)  $-2x - 3y + 5 = 0$

10)  $y = -\frac{1}{2}x + 5$

2)  $y = \frac{2}{3}x + 4$

5)  $3x - 4y - 5 = 0$

8)  $y = 3x - 2$

11)  $2x - 5y$

3)  $3x + 2y - 1 = 0$

6)  $x - y + 1 = 0$

9)  $y = 2x - 1$

**Zadanie 30** Wykaż, że czworokąt o wierzchołkach  $A(1, 0)$ ,  $B(5, 2)$ ,  $C(4, 4)$ ,  $D(0, 2)$  jest prostokątem.

**Zadanie 31** Sprawdź, czy trójkąt o wierzchołkach  $A(0, 2)$ ,  $B(1, 0)$  i  $C(4, 4)$  jest prostokątny.

### *Bibliografia:*

1. *„Matematyka przyjemna i pożyteczna – zbiór zadań, klasa 1”* Jacek Szuty, Eugeniusz Jakubas, Piotr Nędzyński; Wydawnictwo Szkolne PWN
2. *„Matematyka KROK PO KROKU - podręcznik dla klasy pierwszej”* Ryszard J. Pawlak, Helena Pawlak, Alicja Rychlewicz, Andrzej Rychlewicz, Kazimierz Żylak; Wydawnictwo edukacyjne RES POLONA Sp. z o.o.
3. *„Matematyka bliżej nas – Matematyka dla klasy 1”* Stanisław Zieleń; Wydawnictwo NOWIK Sp.j.
4. *„Matematyka bliżej nas – Matematyka dla Zasadniczej Szkoły Zawodowej”* praca zbiorowa pod redakcją Jerzego Nowika; Wydawnictwo NOWIK Sp.j.
5. *„Matematyka 1”* Wojciech Babiański, Lech Chańko, Dorota Ponczek; Wydawnictwo NOWA ERA
6. *„Matematyka bliżej nas – Matematyka dla uzupełniającego liceum ogólnokształcącego i technikum uzupełniającego”* Stanisław Zieleń, Dorota Nowak, Ewa Sygulla, Jerzy Nowik, Tomasz Szwed; Wydawnictwo NOWIK Sp.j.
7. *„Matematyka w otaczającym nas świecie- część 1 – podręcznik dla absolwentów ZSZ”* Alicja Cewe, Małgorzata Krawczyk, Maria Kruk, Halina Nahorska, Irena Pancer, Renata Ropela