PLAN WYNIKOWY Z MATEMATYKI
DLA LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO,
LICEUM PROFILOWANEGO I TECHNIKUM 4 – LETNIEGO
(Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym)

I. LICZBY

Temat	Ilość godzin	Cele	Opis wymagań
Przykład i hipoteza. Dowód czy kontrprzykład?	1	Przykłady formułowania różnych przypuszczeń. Hipoteza i twierdzenie. Dowód twierdzenia Pitagorasa. Kontrprzykłady na obalenie pewnych hipotez.	Uczeń: ▫ podaje kontrprzykład pokazujący fałszywość danej hipotezy (R) ▫ rozumie, na czym polega dowód matematyczny (R) ▫ stawia hipotezy (W)
Spójniki logiczne: nie – lub – i.	1	Zdanie logiczne. Negacja zdania. Tworzenie zdań złożonych za pomocą spójników logicznych: *i, lub* oraz *nieprawda, że.* Wartość logiczna zdania.	Uczeń: ▫ podaje przykłady zdań w sensie logicznym (K) ▫ podaje podstawowe spójniki logiczne (K) ▫ rozpoznaje zdania logiczne (K) ▫ zaprzecza zdaniu prostemu (K) ▫ buduje zdania złożone za pomocą spójników (P) ▫ zaprzecza zdaniu złożonemu (P) ▫ określa wartość logiczną zdań zapisanych jako alternatywa, koniunkcja, implikacja i równoważność (P) ▫ ocenia wartość logiczną trudniejszych zdań ze spójnikami alternatywy, koniunkcji i negacji wraz z uzasadnieniem (R)
Implikacja i równoważność	1	Spójniki logiczne: *jeżeli...,to...* oraz *wtedy i tylko wtedy, gdy...*	
Test.	1	Sprawdzenie wiadomości z gimnazjum.	
Zbiory	1	Określenia zbioru – przykłady różnych zbiorów. Elementy zbioru, zbiory skończone i nieskończone – przykłady zbiorów liczbowych i nieliczbowych. Wskazywanie elementów określonego zbioru. Określanie podzbiorów danego zbioru. Określanie liczebności zbiorów skończonych. Określenie *zbiór pusty*. Używanie sformułowania *nieskończenie wiele* dla określenia liczebności nieskończonych zbiorów liczb, punktów i innych obiektów matematycznych.	Uczeń: ▫ stosuje pojęcie zbioru (K) ▫ podaje przykłady elementów danego zbioru (K) ▫ określa zbiory na podstawie reguły słownej (K) ▫ wyznacza podzbiory danego zbioru (K) ▫ podaje przykłady zbiorów skończonych i nieskończonych o określonych własnościach (K) ▫ używa symboli w zakresie działań na zbiorach (P) ▫ wyznacza sumę, różnicę i iloczyn dwóch zbiorów (P) ▫ podaje przykłady zbiorów spełniających określone warunki (R) ▫ uzasadnia zawieranie się zbiorów oraz wykazuje, że dany zbiór jest pusty (D) ▫ analizuje i przewiduje wyniki przy rozwiązywaniu zadań o nietypowych problemach (W)
Działania na zbiorach	1	Iloczyn, suma i różnica zbiorów. Pojęcie zbiorów rozłącznych. Porównywanie zbiorów – zawieranie się zbiorów, zbiór pusty.	
Liczby rzeczywiste i ich podzbiory	1	Przypomnienie podstawowych zbiorów liczbowych i wprowadzenie oznaczeń: **N, C, W, NW, R.** Przedstawienie zależności między ważniejszymi zbiorami liczbowymi. Przykłady liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych spełniających określone	Uczeń: ▫ określa podzbiory zbioru liczb rzeczywistych (K) ▫ wymienia przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, rzeczywistych (K) ▫ wykonuje działania na liczbach całkowitych (K)

		warunki. Przedstawienie liczby wymiernej w postaci ułamka zwykłego lub dziesiętnego. Zaznaczanie liczb wymiernych i niewymiernych na osi liczbowej. Wykonalność czterech działań w zbiorze liczb rzeczywistych. Informacja, że zbiory liczb naturalnych, całkowitych i wymiernych są nieskończone.	▫ oblicza wartość łatwych wyrażeń arytmetycznych (K) ▫ zapisuje liczbę wymierną w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub ułamka nieskończonego okresowego (K) ▫ wykonuje proste działania na ułamkach zwykłych (K) ▫ stosuje odpowiednią kolejność wykonywania działań w rachunku arytmetycznym (K) ▫ zaznacza na osi liczbowej liczby wymierne (P) ▫ zna i stosuje prawa działań arytmetycznych (P) ▫ stosuje własności działań na liczbach wymiernych (P) ▫ zapisuje liczby w różnej postaci (R) ▫ przedstawia symbolicznie najważniejsze zależności w zbiorze liczb rzeczywistych (R) ▫ zamienia ułamek okresowy na zwykły i wyznacza długość okresu (R) ▫ zaznacza na osi liczbowej daną liczbę niewymierną (D) ▫ rozpoznaje liczby wymierne o skończonym i nieskończonym rozwinięciu dziesiętnym (D)
Liczby rzeczywiste w zapisie dziesiętnym	1	Zapis ułamka dziesiętnego. Przypomnienie rodzajów rozwinięć dziesiętnych: - okresowe i nieokresowe - skończone i nieskończone Zamiana ułamka zwykłego na okresowy. Zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły. Rozwinięcie dziesiętne znanych liczb niewymiernych: $\sqrt{2}$,π, itp. Szacowanie liczb niewymiernych.	
Własności działań i wzory skróconego mnożenia	2	Przypomnienie praw działań na liczbach: przemienność i łączność dodawania, przemienność i łączność mnożenia, rozdzielność mnożenia względem dodawania i odejmowania, rozdzielność dzielenia względem dodawania i odejmowania, mnożenie liczb ujemnych i mnożenie liczb rzeczywistych. Wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz różnicę kwadratów. Kolejność wykonywania działań. Wykonywanie ćwiczeń w powyższym zakresie w działaniach arytmetycznych i rachunku algebraicznym.	Uczeń: ▫ stosuje odpowiednią kolejność wykonywania działań w rachunku arytmetycznym i na wyrażeniach algebraicznych (K) ▫ oblicza wartość łatwych wyrażeń arytmetycznych (K) ▫ stosuje wzory skróconego mnożenia (na kwadraty) (P) ▫ oblicza wartości bardziej złożonych wyrażeń arytmetycznych (R) ▫ uzasadnia prawdziwość wzorów skróconego mnożenia (D)
Nierówności i przedziały	1	Rozwiązywanie najprostszych nierówności z zaznaczaniem rozwiązań na osi liczbowej. Zaznaczanie przedziałów na osi liczbowej, ich symboliczny zapis oraz interpretacja geometryczna na osi liczbowej. Zaznaczanie na osi liczbowej zbiorów o zadanych własnościach. Wykonywanie działań na przedziałach liczbowych. Obliczanie sumy, iloczynu i różnicy przedziałów. Interpretacja geometryczna działań na przedziałach liczbowych.	Uczeń: ▫ zaznacza położenie przedziałów liczbowych o określonych własnościach na osi liczbowej (K) ▫ zaznacza przedział na osi liczbowej podany za pomocą podwójnej nierówności (K) ▫ stosuje określenie przedziału liczbowego (P) ▫ wyznacza sumę, iloczyn i różnicę przedziałów na osi liczbowej (P) ▫ wykonuje działania na przedziałach (P) ▫ podaje przykłady przedziałów liczbowych spełniających określony warunek (R)
Wartość bezwzględna	2	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Definicja wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej. Obliczanie wartości bezwzględnej liczb oraz prostych wyrażeń algebraicznych. Odległość punktów na osi liczbowej. Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej.	Uczeń: ▫ stosuje określenie wartości bezwzględnej z danej liczby (P) ▫ stosuje określenie wartości bezwzględnej dla danego wyrażenia algebraicznego (R) ▫ podaje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej na osi liczbowej (D) ▫ rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, w oparciu o interpretację geometryczną na osi liczbowej (D)

		Zapisywanie przedziałów liczbowych za pomocą wartości bezwzględnej. Rozwiązywanie prostych równań i nierówności z wartością bezwzględną.	▫ zapisuje za pomocą wartości bezwzględnej zbiory i przedziały liczbowe spełniające określony warunek (D)
Potęga o wykładniku całkowitym	2	Potęga o wykładniku całkowitym dodatnim i ujemnym. Własności działań na potęgach o tej samej podstawie. Ćwiczenia w obliczaniu tych potęg. Własności działań na potęgach o tym samym wykładniku. Ćwiczenia w obliczaniu tych potęg.	Uczeń: ▫ podnosi liczbę wymierną do potęgi o wykładniku naturalnym (K) ▫ zapisuje iloczyn tych samych czynników w postaci potęgi (K) ▫ mnoży i dzieli potęgi o tej samej podstawie ▫ podnosi potęgę do potęgi (K) ▫ zapisuje liczby w notacji wykładniczej (K) ▫ podnosi do potęgi liczbę rzeczywistą o wykładniku naturalnym (K) ▫ zapisuje liczby będące iloczynem dowolnej liczby i potęgi liczby 10 w notacji wykładniczej (K) ▫ oblicza potęgi liczb całkowitych o wykładniku całkowitym (K) ▫ podnosi liczby wymierne i rzeczywiste do potęgi o wykładniku całkowitym (P) ▫ stosuje w obliczeniach twierdzenia o potęgach o wykładniku całkowitym (P) ▫ podnosi do potęgi iloczyn i iloraz liczb (P) ▫ mnoży liczby zapisane w notacji wykładniczej (P) ▫ przekształca wyrażenia zawierające potęgi do najprostszej postaci (R) ▫ oblicza wartości złożonych wyrażeń zawierających potęgi o wykładniku całkowitym (R) ▫ porównuje liczby zapisane w notacji wykładniczej (D) ▫ oblicza wartości wyrażeń zawierających potęgi, stosuje kalkulator do obliczania trudniejszych przykładów (D) ▫ rozwiązuje proste równania, w których niewiadoma występuje w wykładniku (D) ▫ uzasadnia twierdzenia o potęgach (D)
Notacja wykładnicza	1	Zapoznanie z zapisem liczb w notacji wykładniczej. Ćwiczenia w zapisywaniu liczb w notacji wykładniczej. Rozwiązywanie zadań praktycznych ćwiczących zapisywanie liczb w notacji wykładniczej.	
Pierwiastki i potęga o wykładniku wymiernym	1	Definicja pierwiastka n-tego stopnia z liczby nieujemnej. Określenie, dla liczby nieujemnej, potęgi o wykładniku $\frac{1}{n}$ jako pierwiastka n-tego stopnia. Potęga o dowolnym wykładniku wymiernym. Ćwiczenia w obliczaniu pierwiastków i potęg o wykładniku wymiernym.	Uczeń: ▫ oblicza proste przykłady pierwiastków kwadratowych i sześciennych (K) ▫ stosuje kalkulator do prostych obliczeń zawierających potęgi i pierwiastki (K) ▫ oblicza pierwiastek kwadratowy i sześcienny z liczby wymiernej (P) ▫ oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych z zastosowaniem potęg, pierwiastków i kolejności działań (P) ▫ wyłącza czynnik przed znak pierwiastka (P) ▫ stosuje kalkulator do prostych obliczeń, w których występują potęgi i pierwiastki (P) ▫ usuwa niewymierność z mianownika w prostych przykładach (P) ▫ szacuje wartości pierwiastków kwadratowych (P) ▫ oblicza pierwiastki wyższych stopni (R) ▫ przekształca wyrażenia zawierające pierwiastki do najprostszej postaci (R) ▫ oblicza wartości złożonych wyrażeń zawierających pierwiastki (R) ▫ uzasadnia twierdzenia o pierwiastkach (D) ▫ oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki, stosuje kalkulator do obliczania trudniejszych przykładów (D) ▫ usuwa niewymierność z mianownika ułamków różnych typów (D)
Pierwiastki kwadratowe: własności i działania	1	Przypomnienie działań na pierwiastkach kwadratowych. Wykonywanie działań na wyrażeniach arytmetycznych i algebraicznych z zastosowaniem liczb zawierających pierwiastki kwadratowe. Porównywanie liczb zapisanych w postaci pierwiastków kwadratowych. Działania na liczbach postaci: a + b$\sqrt{c}$.	
Usuwanie niewymierności z	1	Zapoznanie z przykładami zapisu wyrażeń, w których	

mianownika		występuje niewymierność w mianowniku. Przedstawienie powodów, dla których usuwamy niewymierność z mianownika. Ćwiczenia w usuwaniu niewymierności z mianownika poprzez rozszerzanie ułamka przez liczbę postaci b $\sqrt{c}$.	▫ uzasadnia twierdzenia o pierwiastkach (D)
Obliczenia procentowe	2	Obliczanie procentu z danej liczby. Zamiana ułamka na procenty. Obliczanie liczby na podstawie jej procentu. Rozwiązywanie zadań praktycznych z zastosowaniem pojęcia procentu.	Uczeń: ▫ stosuje pojęcie procentu (K) ▫ zamienia ułamek na procent i odwrotnie (K) ▫ oblicza procent z danej liczby (K) ▫ odczytuje potrzebne informacje z tabel (K) ▫ odczytuje informacje z diagramu procentowego (K) ▫ odczytuje diagramy i wykresy statystyczne (K) ▫ oblicza liczbę z danego jej procentu oraz jakim procentem jednej liczby jest druga liczba (P) ▫ odróżnia przyrost bezwzględny od przyrostu procentowego (P) ▫ odróżnia zmiany procentowe wyrażone w procentach od zmian wyrażonych w punktach procentowych (P) ▫ rozróżnia i porównuje wartości dokładne liczb z ich przybliżeniami (P) ▫ buduje diagramu kołowe i słupkowe (P) ▫ przedstawia dane statystyczne z postaci diagramu lub tabeli (P) ▫ wykonuje działania na liczbach i wyrażeniach liczbowych oraz szacuje ich wartości (P) ▫ podaje wyniki przybliżone z zadaną dokładnością (P) ▫ szacuje wartość średnią danych liczb (P) ▫ oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba w trudniejszych przypadkach (R) ▫ wykonuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych (R) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne dotyczące procentowych porównań i zmian procentowych (D) ▫ określa procentowe różnice szacowań i wyników (D) ▫ porównuje szacowania pomiarów z wynikami dokładnymi (D) ▫ stosuje pojęcie błędu bezwzględnego i względnego w szacowaniu wyników (D)
Porównania i zmiany procentowe	1	Informacja o tym, jak procenty służą do porównywania – przykłady sytuacji praktycznych. Przyrost procentowy. Różnice między przyrostem bezwzględnym a przyrostem procentowym. Odróżnianie zmian procentowych wyrażonych w procentach i w punktach procentowych. Rozwiązywanie zadań praktycznych dotyczących porównań procentowych i zmian procentowych.	
100% więcej albo 50 % mniej	1	Omówienie błędów popełnianych przy obliczeniach procentowych.	
Szacowanie, pomiar i błąd	1	Szczególny przypadek porównań procentowych: porównywanie wyników szacowań i pomiarów z wynikami dokładnymi. Pojęcie szacowania. Pojęcie błędu bezwzględnego i względnego w szacowaniu wyników. Błąd procentowy szacowania. Rzetelność szacowania, czyli określenie dopuszczalnego błędu. Pojęcie dokładności pomiaru danej wielkości.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

II.FUNKCJE

Co to jest funkcja?	1	Przykłady zależności i przyporządkowań, jednoznaczność zależności i przyporządkowań. Dziedzina, argumenty, przeciwdziedzina, wartości funkcji, reguła przyporządkowująca, tabelka, graf.	Uczeń: ▫ podaje określenie funkcji i objaśnia je na przykładach (K) ▫ rozstrzyga, czy dane przyporządkowanie jest funkcją (K) ▫ określa, dla funkcji danej grafem i tabelką: dziedzinę, wartość dla danego argumentu, argumenty dla danych wartości, zbiór wartości (K) ▫ odczytuje z wykresu: wartość funkcji w punkcie, argument dla danej wartości, dziedzinę i zbiór wartości (K)
Wykresy.	1	Co to jest wykres? Odczytywanie wartości funkcji z wykresu, określanie zbioru wartości, odczytywanie argumentu dla danej wartości, badanie, czy punkt leży	

<table>
<tr><td></td><td></td><td>na wykresie bez wykonywania wykresu, badanie, czy dana krzywa jest wykresem funkcji.</td><td rowspan="6">▫ określa dziedzinę funkcji $y=\sqrt{x}$, wyznacza jej wartość w punkcie i znajduje argument dla danej wartości (K)
▫ sprawdza, czy dany punkt leży na wykresie funkcji bez wykonywania wykresu (K)
▫ odczytuje z wykresu miejsce zerowe funkcji (K)
▫ określa monotoniczność funkcji lub podaje przedziały monotoniczności na podstawie wykresu (K)
▫ określa na podstawie danych wykresów dziedzinę funkcji, zbiór wartości, wartość najmniejszą i największą, miejsca zerowe i rodzaj monotoniczności funkcji: $y=x,\ y=c,\ y=-x,\ y=x^2,\ y=\sqrt{x},\ y=\frac{1}{x}$ (K)
▫ podaje określenie wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalnych i objaśnia je na przykładach (K)
▫ odczytuje z wykresu, dla jakich argumentów wartości funkcji są dodatnie lub ujemne (K)
▫ sporządza wykres funkcji $y=\sqrt{x}$ (P)
▫ rozstrzyga, czy dana krzywa jest wykresem funkcji (P)
▫ sporządza wykres funkcji $y=x^2$ za pomocą tabelki (P)
▫ podaje określenie miejsca zerowego i objaśnia je na przykładach (P)
▫ oblicza miejsca zerowe funkcji $y=x^2$ (P)
▫ objaśnia na przykładach określenie funkcji rosnącej i malejącej (P)
▫ analizuje proste wykresy z życia codziennego podając: dziedzinę, zbiór wartości, przedziały, w których funkcja jest dodatnia (ujemna), przedziały monotoniczności (P)
▫ wyszukuje wśród danych wykresów takie, które spełniają z góry zadane własności (P)
▫ sporządza wykresy funkcji: $y=x,\ y=c,\ y=-x,\ y=x^2,\ y=\sqrt{x},\ y=\frac{1}{x}$ bez pomocy tabelki (P)
▫ wyznacza przedziały, dla których wartości funkcji są mniejsze (większe) od danej wartości (P)
▫ na podstawie danej wartości oblicza wartość do niej proporcjonalną (P)
▫ odczytuje z tabelki lub wykresu współczynniki proporcjonalności (P)
▫ określa rodzaj proporcjonalności między zmiennymi, opisanymi danym wzorem (P)
▫ określa, dla danej reguły, funkcje w różnej postaci: wzoru, grafu, tabeli, wykresu (R)
▫ stosuje różne zapisy wzoru funkcji: y=..., f(x)=..., g: x $\to$ ... (R)
▫ objaśnia pojęcie wykresu (R)
▫ analizuje złożone wykresy z życia codziennego, podając: dziedzinę i zbiór wartości, przedziały, w których funkcja jest dodatnia (ujemna), przedziały monotoniczności (R)
▫ wyszukuje wśród funkcji danych wzorem funkcje spełniające określone własności (R)
▫ odczytuje z wykresu punkty przecięcia wykresów dwóch funkcji (R)</td></tr>
<tr><td>Miejsca zerowe i monotoniczność</td><td>1</td><td>Miejsca zerowe, liczba miejsc zerowych. Funkcje rosnące i malejące, funkcja stała. Monotoniczność i przedziały monotoniczności.</td></tr>
<tr><td>Funkcje i wykresy w życiu codziennym</td><td>1</td><td>Oś czasu, funkcje czasu, wykresy temperatur, prędkości, indeksów giełdowych, populacji zwierząt i plonów, itp.
Interpretacja miejsc zerowych i monotoniczność wyżej wymienionych funkcji.</td></tr>
<tr><td>Kilka ważnych funkcji</td><td>2</td><td>F1unkcje: y = x, y = c, y = -x, y = x^2, y = $\sqrt{x}$, y = $\frac{1}{x}$ i ich własności: dziedzina, zbiór wartości, wartość najmniejsza i największa, miejsca zerowe, monotoniczność.</td></tr>
<tr><td>Czytamy wykresy</td><td>1</td><td>Dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, wyznaczanie z wykresu przedziałów, w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie i ujemne. Odczytywanie argumentów dla danej wartości, wartości najmniejszej i największej oraz przedziałów monotoniczności.
Graficzne rozwiązywanie prostych nierówności związanych z funkcjami z wcześniejszego katalogu.</td></tr>
<tr><td>Proporcjonalność prosta i odwrotna</td><td>1</td><td>Zależności wprost proporcjonalne, przykłady wielkości proporcjonalnych, wzór na proporcjonalność prostą y = ax, współczynnik proporcjonalności. Zależności odwrotnie proporcjonalne, przykłady wielkości odwrotnie proporcjonalnych, wzór na proporcjonalność odwrotną y = $\frac{a}{x}$.</td></tr>
</table>

			▫ określa wzór, opisujący proporcjonalność prosta i odwrotną (R) ▫ objaśnia na przykładach różnicę między zbiorem wartości a przeciwdziedzina (D) ▫ podaje przykład funkcji mającej nieskończenie wiele miejsc zerowych (D) ▫ objaśnia na przykładach, np.: $y = \frac{1}{x}$, że funkcja, która maleje (rośnie) na wszystkich przedziałach określoności, nie musi być malejąca (rosnąca) w całej dziedzinie (D) ▫ uzasadnia brak zależności między monotonicznością funkcji a istnieniem miejsc zerowych (D) ▫ wyciąga wnioski o przebiegu zjawiska na podstawie wykresów kilku cech ilustrujących to zjawisko (D) ▫ uzasadnia proporcjonalność dwóch wielkości na podstawie ich wykresów (D) ▫ określa wzór i rodzaj proporcjonalności dla różnych sytuacji z życia codziennego (D) ▫ analizuje i objaśnia przykłady modelowania matematycznego wykorzystujące funkcje (D)
Funkcja liniowa i równomierny wzrost	1	Przykłady równomiernych wzrostów i spadków wartości i ich opis za pomocą wzoru y = ax + b. Znaczenie współczynnika a-tempo zmiany. Znaczenie współczynnika b- wartość w zerze. Wyznaczanie funkcji liniowej, gdy dane są wartości dla dwóch argumentów – zastosowanie układu równań	Uczeń: ▫ sporządza wykres funkcji liniowej na podstawie tabelki (K) ▫ podaje określenie funkcji liniowej i objaśnia je na przykładach (K) ▫ wyjaśnia znaczenie współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego, występujących w ogólnym wzorze funkcji liniowej (K) ▫ sporządza wykresy funkcji liniowych (K) ▫ znajduje miejsce zerowe funkcji liniowej (K) ▫ określa monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wykresu (K) ▫ rozwiązuje algebraicznie i graficznie proste nierówności liniowe (K) ▫ oblicza miejsce zerowe funkcji liniowej (P) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej w prostych zadaniach geometrycznych i z treścią (P) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej, znając współczynnik kierunkowy i wartość funkcji w jednym punkcie lub znając wartości funkcji w dwóch punktach (P) ▫ określa monotoniczność funkcji liniowej na podstawie wzoru (P) ▫ podaje interpretację geometryczną współczynnika kierunkowego prostej (R) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej znając współczynnik kierunkowy i miejsce zerowe (R) ▫ rozwiązuje algebraicznie i graficznie bardziej złożone nierówności liniowe (R) ▫ wyznacza wzór funkcji liniowej w bardziej złożonych zadaniach geometrycznych i zadaniach z treścią (D) ▫ rozwiązuje zadania z treścią prowadzące do nierówności liniowych (D) ▫ analizuje i objaśnia przykłady modelowania matematycznego wykorzystujące funkcje liniowe (D)
Wykres funkcji liniowej	1	Rysowanie prostej na podstawie dwóch wyznaczonych punktów. Interpretacja i wyznaczanie miejsca zerowego. Interpretacja geometryczna współczynników a i b funkcji liniowej – stromość wykresu i miejsce przecięcia z osią Oy.	
Funkcja liniowa i nierówności liniowe	1	Monotoniczność funkcji liniowej, typ monotoniczności – rosnąca, stała, malejąca. Miejsca zerowe funkcji liniowej a zmiana znaku, nierówności liniowe.	
Wartość bezwzględna jako funkcja	1	Wartość bezwzględna jako funkcja y = |x| - wykres i własności tej funkcji. Sporządzanie wykresów funkcji „kawałkami liniowych” , zapisywanych za pomocą wartości bezwzględnej; określanie własności takich funkcji.	Uczeń: ▫ odczytuje wartości funkcji zapisanych w postaci „klamerkowej” (P) ▫ sporządza i analizuje wykresy drogi w zależności od czasu w prostych przypadkach (P) ▫ sporządza wykresy prostych funkcji liniowych z wartością bezwzględną (P)

Kilka funkcji mniej typowych	1	Określanie funkcji „klamerkowych” , sporządzanie ich wykresów, badanie własności.	▫ posługuje się funkcją $y=[x]$ (D) ▫ sporządza i analizuje wykresy drogi w zależności od czasu w bardziej złożonych przykładach (D) ▫ sporządza wykresy funkcji liniowych z wartością bezwzględną (D) ▫ buduje funkcje „klamerkowe”, sporządza ich wykresy i określa własności (D)
Wykresy podróży	1	Matematyczny opis podroży odbywających się z różnymi prędkościami w różnych odcinkach czasu, obliczanie i sporządzanie wykresu drogi, zastosowanie funkcji „klamerkowych” . prędkość średnia. Zależność pomiędzy stromością wykresu drogi a prędkością.	
Przesunięcia pionowe i poziome	1	Badanie zależności między funkcją y = f(x) a funkcjami y = f(x) + a i y = f(x + a), zastosowanie tabel i wykresów, wyprowadzenie reguły przesunięcia pionowego i poziomego. Zmiana dziedziny podczas przesunięcia poziomego. Określanie rodzaju przesunięcia na podstawie wykresu.	Uczeń: ▫ wykonuje przesunięcie pionowe i poziome danych wykresów funkcji (P) ▫ wykonuje przesunięcie pionowe i poziome i buduje wzór funkcji przesuniętej (D)
Dwa przesunięcia łącznie: pionowe i poziome	1	Łączne wykonywanie dwóch przesunięć – pionowego i poziomego; wykorzystanie reguł przesunięć. Badanie wpływu kolejności wykonywanych przesunięć na końcowy wynik.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

III. FUNKCJA KWADRATOWA

Najprostsze przypadki równań kwadratowych	1	Rozwiązywanie równań kwadratowych postaci $x^2 = d$ oraz $ax^2 + bx = 0$. Przypomnienie wzoru na kwadrat sumy i różnicy, zapisywanie wyrażeń typu $ax^2 + bx + c$ w postaci pełnego kwadratu, rozwiązywanie równań kwadratowych tym sposobem.	Uczeń: ▫ podaje przykłady równań kwadratowych w najprostszych przypadkach: $x^2=a,\ ax^2+bx=0$ oraz rozwiązuje w sytuacjach, gdy posiadają pierwiastki wymierne (K) ▫ oblicza wartość wyróżnika dla trójmianów kwadratowych o współczynnikach całkowitych (K) ▫ określa na podstawie znaku wyróżnika liczbę pierwiastków równania kwadratowego (K) ▫ rozwiązuje w pamięci proste równania kwadratowe typu $x^2=c$ (K) ▫ rozwiązuje równania kwadratowe typu $x^2=a,\ ax^2+bx=0$, wykonując najpierw proste przekształcenia (P) ▫ rozwiązuje proste równania kwadratowe metodą uzupełniania do kwadratu (P) ▫ rozwiązuje trudniejsze równania kwadratowe za pomocą wzorów (P) ▫ rozwiązuje proste zadania z treścią prowadzące do równań kwadratowych (P) ▫ dobiera odpowiednie współczynniki do równań kwadratowych tak, aby równania te miały dany pierwiastek (R) ▫ uzupełnia wyrażenia algebraiczne o współczynnikach całkowitych do pełnego kwadratu (R) ▫ rozwiązuje trudniejsze równania kwadratowe metodą uzupełniania do kwadratu (R) ▫ układa równania kwadratowe mając dane pierwiastki (R) ▫ rozwiązuje równania kwadratowe mające pierwiastki niewymierne, podając je z zadaną dokładnością (D) ▫ uzupełnia wyrażenia algebraiczne o współczynnikach wymiernych do pełnego
Wzory na pierwiastki funkcji kwadratowej	1	Wyprowadzenie wzorów na pierwiastki równania kwadratowego, wyróżnik trójmianu, warunki na istnienie pierwiastków trójmianu kwadratowego.	
Rozwiązywanie równań kwadratowych za pomocą wzorów	1	Przekształcanie równań kwadratowych do postaci $ax^2 + bx + c = 0$. rozwiązywanie tych równań za pomocą wzorów.	
Zadania tekstowe	2	Rozwiązywanie różnych zadań tekstowych prowadzących do równań kwadratowych.	

			kwadratu (D) ▫ dobiera odpowiednie wartości parametru w równaniu kwadratowym tak, aby równanie to miało dokładnie jeden pierwiastek (D) ▫ wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego przy ustalonym współczynniku (D) ▫ rozwiązuje równania kwadratowe z wartością bezwzględną (D) ▫ rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych (D)
Najprostsze przykłady funkcji kwadratowych	1	Wykresy funkcji $y = ax^2$ i $y = ax^2 + c$, $a \neq 0$, interpretacja współczynnika a, współrzędne wierzchołka paraboli, zbiór wartości tej funkcji, wartość największa albo najmniejsza, przedziały monotoniczności, interpretacja współczynnika c, oś symetrii wykresu funkcji i jej miejsca zerowe.	Uczeń: ▫ szkicuje wykresy funkcji kwadratowych postaci $y = ax^2$ oraz $y = ax^2 + c$ (K) ▫ odczytuje z wykresu funkcji kwadratowej argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne) (K) ▫ bada, czy dany punkt leży na wykresie funkcji kwadratowej (K) ▫ wyznacza miejsca zerowe trójmianu (K) ▫ dopasowuje wzór funkcji kwadratowej do odpowiedniego wykresu (K) ▫ podaje współrzędne wierzchołka paraboli, wartość największą lub najmniejszą oraz zbiór wartości funkcji na podstawie postaci kanonicznej i postaci ogólnej trójmianu (K) ▫ sprowadza trójmian do postaci kanonicznej na podstawie wzoru (K) ▫ oblicza argument(y) funkcji kwadratowej, gdy dana jest jej wartość (K) ▫ określa w prostych przypadkach liczbę punktów wspólnych paraboli z prostą i paraboli z parabolą na podstawie wykresu (K) ▫ wyznacza zbiór wartości trójmianu (P) ▫ wyznacza przedziały monotoniczności na podstawie postaci kanonicznej i postaci ogólnej trójmianu (P) ▫ wyznacza punkty przecięcia się dwóch parabol (P) ▫ uzasadnia sposób wyznaczania dziedziny funkcji wymiernej o mianowniku będącym funkcją kwadratową i wyznacza tę dziedzinę (R) ▫ sprowadza trójmiany kwadratowe do postaci kanonicznej poprzez uzupełnianie do kwadratu (R) ▫ bada monotoniczność funkcji kwadratowej w przedziale w oparciu o postać ogólną i wykres tej funkcji (R) ▫ rozpoznaje na podstawie wzoru trójmianu rodzaj przekształcenia, jakiemu został poddany wyjściowy jednomian kwadratowy (R) ▫ wyszukuje wśród wzorów funkcji kwadratowych wzory tych funkcji, które przyjmują tylko wartości dodatnie (ujemne) (R) ▫ wyznacza punkt wspólny rodziny parabol (D) ▫ bada monotoniczność trójmianu w przedziale w oparciu o postać kanoniczną tej funkcji (D) ▫ podaje współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie symetrycznie położonych punktów wykresu (D)
Postać kanoniczna funkcji kwadratowej	1	Przesuwanie wykresu funkcji $y = ax^2$ o p jednostek względem osi 0x (w lewo, w prawo) i q jednostek względem osi 0y (w górę, w dół), wzór funkcji po tych przesunięciach ($y = a(x - p)^2 + q$), własności tej funkcji, sprowadzanie konkretnych trójmianów do postaci kanonicznej metodą uzupełniania do kwadratu.	
Postać ogólna funkcji kwadratowej	1	Przekształcanie funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i na odwrót, wyprowadzenie wzoru $y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$, badanie własności funkcji kwadratowej między innymi w oparciu o ten wzór.	
Miejsca zerowe i symetria wykresu funkcji kwadratowej	1	Wykorzystanie symetrii paraboli do obliczania współrzędnych jej wierzchołka, wyznaczania wartości najmniejszej albo największej funkcji kwadratowej oraz szkicowania paraboli.	
Przelotne spojrzenie na wykres	1	Analiza sześciu położeń paraboli względem osi 0x. Szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej. Przecinanie się paraboli z prostą i inną parabolą.	
Zadania o liczbach i figurach	1	Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do wyznaczania najmniejszej albo największej wartości funkcji kwadratowej.	Uczeń: ▫ rozwiązuje typowe zadania dotyczące zastosowań funkcji kwadratowej w geometrii, ekonomii i fizyce (P) ▫ wyznacza równanie paraboli, spełniające dane warunki (R)
O kosztach, zyskach i cenach	1	Wykorzystywanie funkcji kwadratowej do	

		rozwiązywania zadań tekstowych o tematyce związanej z kosztami, cenami i zyskami.	▫ wyznacza równanie paraboli, gdy dany jest jej wierzchołek i jeden punkt leżący na niej (R) ▫ rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące zastosowań funkcji kwadratowej w geometrii, ekonomii i fizyce (D) ▫ wyznacza równanie paraboli, gdy dane są trzy różne punkty leżące na niej (D) ▫ rozwiązuje zadania dotyczące modelowania zjawisk z otaczającej rzeczywistości (D)
Kilka zadań o ruchu	1	Rozwiązywanie problemów związanych z ruchem jednostajnie przyspieszonym (droga, prędkość, czas) na przykładzie spadku swobodnego. Zadania o drodze hamowania samochodu.	
W poszukiwaniu wzoru	1	Poszukiwanie wzoru funkcji kwadratowej przy danych współrzędnych wierzchołka i punktu lub trzech punktów.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

IV. PLANIMETRIA cz.1

Proporcja, podobieństwo i prostokąt	1	Pojęcie proporcji. Stosunek długości odcinków. Skala podobieństwa. Figury podobne. Kryterium podobieństwa dla prostokątów. Złoty prostokąt. Rozwiązywanie zadań o podobieństwie figur.	Uczeń: ▫ podaje przykłady figur podobnych (K) ▫ sprawdza proporcjonalność odcinków (K) ▫ określa skalę podobieństwa figur (K) ▫ rozpoznaje wielokąty podobne (K) ▫ rozpoznaje figury podobne w otaczającym świecie (K) ▫ rozpoznaje kąty przyległe, wierzchołkowe, naprzemianległe oraz odpowiadające (K) ▫ wskazuje w trójkącie wysokości i środkowe (K) ▫ odczytuje, w jakim stosunku dana prosta dzieli odcinek (K) ▫ stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie oraz kątach przy podstawie w trójkącie równoramiennym (K) ▫ oblicza pole trójkąta w typowych sytuacjach (K) ▫ zapisuje stosunki odpowiednich boków trójkąta; sprawdza proporcjonalność boków trójkątów (K) ▫ rozpoznaje trójkąty podobne (P) ▫ zna twierdzenie o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta (K) ▫ stosuje pojęcie proporcji do określania podobieństwa figur (P) ▫ oblicza na podstawie skali podobieństwa pola i obwody figur podobnych (P) ▫ omawia własności kątów odpowiadających i naprzemianległych (P) ▫ określa skalę podobieństwa na podstawie długości boków trójkąta (P) ▫ objaśnia i stosuje cechy przystawania trójkątów (P) ▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe (P) ▫ objaśnia i stosuje cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych (P) ▫ objaśnia i stosuje cechy BBB, KKK, BKB podobieństwa dowolnych trójkątów (P) ▫ interpretuje i stosuje twierdzenie Talesa (P) ▫ sprawdza podobieństwo trójkątów (P) ▫ oblicza długości boków lub miary kątów w trójkątach podobnych (P) ▫ rysuje trójkąt podobny do danego o określonych własnościach (P) ▫ zna i stosuje twierdzenie o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym (P)
Podobieństwo wielokątów	1	Warunek podobieństwa dowolnych wielokątów. Przykłady czworokątów podobnych i niepodobnych. Sprawdzanie podobieństwa dowolnych wielokątów. Podobieństwo wielokątów foremnych.	
Pole i obwód figur podobnych	1	Związek między obwodami i polami figur podobnych. Rozwiązywanie zadań o polu i obwodzie figur podobnych.	
Podobieństwo brył w przestrzeni	1	Podobieństwo brył. Szukanie skali podobieństwa brył podobnych. Stosunek objętości i stosunek pól powierzchni brył podobnych – ich związek ze skalą podobieństwa. Rozwiązywanie zadań o bryłach podobnych.	
O kątach i trójkątach	1	Przypomnienie określeń kątów przyległych i wierzchołkowych, odpowiadających i naprzemianległych. Własności kątów naprzemianległych. Stosunek pól dwu trójkątów o tej samej wysokości. Przypomnienie wzoru na pole trójkąta.	
Twierdzenie Talesa	2	Podział boku trójkąta w danym stosunku. Zapoznanie z treścią twierdzenia Talesa i podanie jego interpretacji graficznej. Zapoznanie z treścią twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa. Rozwiązywanie zadań dotyczących twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego dla trójkątów.	
Cechy podobieństwa trójkątów BBB i KKK	1	Poznanie cech BBB i KKK podobieństwa trójkątów. Zwrócenie uwagi na fakt, że wiele zadań można rozwiązać, korzystając z twierdzenia Talesa albo podobieństwa trójkątów.	

Cecha podobieństwa trójkątów BKB	1	Poznanie cechy BKB podobieństwa trójkątów. Przykłady stosowania cechy BKB. Wykorzystywanie cechy podobieństwa do rozwiązywania zadań na dowodzenie, np. dowód twierdzenia o odcinku łączącym środki boków dowolnego trójkąta.	▫ rozwiązuje trójkąty podobne (P) ▫ stosuje kryterium podobieństwa wielokątów foremnych (R) ▫ podaje przykłady brył podobnych i znajduje ich skalę podobieństwa (R) ▫ stosuje twierdzenie o stosunku pól trójkątów o takiej samej wysokości (R) ▫ stosuje twierdzenie Pitagorasa do sprawdzania podobieństwa trójkątów (R) ▫ formułuje cechy podobieństwa wielokątów (R) ▫ wyznacza długości boków lub miary kątów wielokątów podobnych (R) ▫ dzieli konstrukcyjnie dany odcinek na dwie części w danym stosunku lub na inną określoną liczbę równych części (R) ▫ wyjaśnia własność „złotego prostokąta" i stosuje „złoty podział" odcinka (D) ▫ wyjaśnia na przykładach zależność między skalą podobieństwa a polem powierzchni i objętości brył (D) ▫ modeluje różne sytuacje wykorzystując podobieństwo figur płaskich i brył (D) ▫ stosuje twierdzenie Talesa w nietypowych sytuacjach (w obie strony) (D) ▫ przedstawia najważniejsze idee dowodu twierdzenia Talesa (D) ▫ uzasadnia podział trójkąta prostokątnego na trójkąty podobne za pomocą wysokości (D) ▫ oblicza pole trójkąta w nietypowych sytuacjach (D) ▫ oblicza długości odcinków wyznaczonych przez ramiona kąta i proste równoległe w bardziej złożonych przypadkach (D) ▫ zauważa związek podobieństwa trójkątów z twierdzeniem Talesa i wykorzystuje go w rozwiązywaniu zadań (D)
Podobieństwo trójkątów prostokątnych	1	Sformułowanie cech podobieństwa trójkątów prostokątnych.	
Podobieństwo i twierdzenie Pitagorasa	1	Uzasadnienie faktu, że wysokość dzieli trójkąt prostokątny na dwa trójkąty podobne. Dowód twierdzenia Pitagorasa z wykorzystaniem powyższej własności.	
Pomiary w terenie	2	Praktyczne zastosowanie podobieństwa do pomiarów odległości oraz wysokości obiektów niedostępnych.	
Tangens i cotangens	1	Określanie dla trójkąta prostokątnego funkcji tangens i cotangens kąta ostrego, jako stosunku odpowiednich boków. Rysowanie katów o danym tangensie i cotangensie. Zapoznanie z tabelą wartości funkcji tangens i cotangens.	Uczeń: ▫ rysuje trójkąt prostokątny i nazywa poszczególne boki; potrafi oznaczać długości boków i miary kątów w standardowy sposób (K) ▫ oblicza stosunki długości odpowiednich boków w prostokątnych trójkątach podobnych (K) ▫ określa sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (K) ▫ odczytuje z rysunku odpowiednie dane i oblicza sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta (K) ▫ odczytuje z tabeli przybliżone wartości liczbowe funkcji trygonometrycznych danego kąta (K) ▫ znajduje za pomocą kalkulatora przybliżoną wartość funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta (P) ▫ rysuje kąt, gdy dany jest jego tangens lub cotangens (P) ▫ oblicza długości przyprostokątnych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym (P) ▫ oblicza długości boków w trójkącie prostokątnym, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta ostrego (P) ▫ wyznacza w oparciu o własności trójkąta równobocznego oraz trójkąta prostokątnego równoramiennego wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60° i sprawdza wyniki tych obliczeń (P) ▫ wykonuje niezbędne pomiary w celu wyznaczenia przybliżonej wartości tangensa,
Tangensy w praktyce	1	Praktyczne zastosowanie tangensów i cotangensów do pomiarów odległości i innych obliczeń.	
Sinus i cosinus	1	Określenie dla trójkąta prostokątnego funkcji sinus i cosinus kata ostrego jako stosunku odpowiednich boków.	
Sinusy i cosinusy w praktyce	1	Praktyczne zastosowanie sinusów i cosinusów do pomiarów odległości i innych obliczeń.	
Trzy szczególne kąty: 30°, 45°, 60°.	1	Obliczenie , w oparciu o twierdzenie Pitagorasa, wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów: 30°, 45° oraz 60°. Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem wartości dokładnych dla powyższych kątów.	

			cotangensa, sinusa i cosinusa danego kąta (R) ▫ porównuje wartości funkcji tangens, cotangens, sinus i cosinus dla danego kąta (R) ▫ oblicza dokładnie wartości funkcji tangens, cotangens, sinus i cosinus dla kątów o mierze 30°, 45°, 60° (R) ▫ na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych rozpoznaje kąty 30°, 45°, 60° (R) ▫ ustala związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego (R) ▫ oblicza pole i wysokość trójkąta równobocznego o danym boku (R) ▫ rozwiązuje złożone zadania tekstowe na zastosowanie poznanych własności trójkątów prostokątnych o kątach 30°, 60°, 90° oraz 45°, 45°, 90° (D) ▫ oblicza wartości nietypowych wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (D)
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

V. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Postać kierunkowa prostej	2	Układ współrzędnych na płaszczyźnie; osie i ćwiartki układu współrzędnych; współrzędne punktów. Zbiór punktów spełniających warunek y = ax + b; wykres prostej; proste pionowe i poziome. Określenie równania kierunkowego prostej. Współczynnik kierunkowy prostej; nachylenie prostej względem osi 0x. Warunek równoległości prostych zadanych w postaci kierunkowej. Określanie równania prostej na podstawie współczynnika kierunkowego i punktu leżącego na prostej. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty.	Uczeń: ▫ stosuje układ współrzędnych do określania położenia punktów – zaznacza punkty i odczytuje ich współrzędne (K) ▫ sporządza wykresy prostych w postaci kierunkowej (K) ▫ sprawdza czy dany punkt leży na wykresie prostej bez wykonywania wykresu analizuje wykresy prostych; odczytuje współczynnik kierunkowy i wyraz wolny danej prostej (K) ▫ określa równoległość prostych w postaci kierunkowej (K) ▫ przekształca równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i na odwrót (K) ▫ zaznacza na płaszczyźnie zbiory rozwiązań nierówności (K) ▫ oblicza odległość między punktami, wyznacza długości boków wielokątów (K) ▫ wyznacza środek odcinka (K) ▫ ustala, czy dane proste są prostopadłe (K) ▫ sporządza wykresy i odczytuje wzory prostych pionowych (P) ▫ wyznacza równanie prostej, gdy dany jest punkt i kierunek prostej (P) ▫ wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty (P) ▫ sporządza wykresy prostych danych w postaci ogólnej (P) ▫ zaznacza na płaszczyźnie zbiory rozwiązań prostych układów nierówności liniowych (P) ▫ znajduje punkt przecięcia prostych poprzez rozwiązywanie układu równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników (P) ▫ opisuje za pomocą układów nierówności liniowych proste obszary płaszczyzny (P) ▫ stosuje wzór na odległość punktów do badania prostych sytuacji geometrycznych oraz sytuacji z życia codziennego (P) ▫ określa kierunek prostej poprzez interpretację współczynnika kierunkowego (R) ▫ uzasadnia warunek równoległości prostych w postaci kierunkowej (R) ▫ znajduje równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i przecinającej oś OX pod danym kątem (R)
Postać ogólna prostej	1	Przekształcanie równania kierunkowego do postaci ogólnej. Sporządzanie wykresów prostych zadanych w postaci ogólnej. Równoległość prostych zadanych w postaci ogólnej.	
O przecinaniu się prostych	2	Wyznaczanie punktów przecięcia prostych – rozwiązywanie układów równań liniowych metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników. Badanie wzajemnego położenia prostych bez rozwiązywania układu równań. Przypomnienie pojęć: układ sprzeczny, oznaczony i nieoznaczony.	
Półpłaszczyzny i nierówności	1	Podział płaszczyzny prostą. Opis półpłaszczyzny za pomocą nierówności liniowej. Układy nierówności liniowych; graficzne przedstawianie rozwiązań układów nierówności na płaszczyźnie; część wspólna półpłaszczyzn – pasy i inne obszary. Przedstawianie wielokątów za pomocą układów nierówności	

		liniowych.	▫ wyznacza równania prostych zawierających boki wielokątów (R)
Odległość na płaszczyźnie i środek odcinka	1	Długość odcinka na prostej. Obliczanie odległości punktów na płaszczyźnie z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa. Wzór na odległość punktów na płaszczyźnie. Wyznaczanie środka odcinka; wzór na środek odcinka.	▫ zaznacza na płaszczyźnie rozwiązania alternatywy nierówności liniowych (R) ▫ opisuje za pomocą układów nierówności liniowych bardziej złożone obszary płaszczyzny (R) ▫ wyznacza równanie symetralnej odcinka (R) ▫ wyznacza odległość między prostymi równoległymi (R)
Prostopadłość	1	Badanie prostopadłości prostych. Warunek prostopadłości prostych danych w postaci kierunkowej. Zastosowanie warunku prostopadłości prostych – odległość punktu od prostej, równanie symetralnej odcinka, równanie wysokości trójkąta.	▫ wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dany punkt i prostopadłej do danej prostej (R) ▫ wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej (D) ▫ wyznacza wartości parametrów, dla których proste są równoległe (D) ▫ wyprowadza wzór na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty (D) ▫ uzasadnia warunek równoległości prostych w postaci ogólnej (D) ▫ wyznacza pole figury ograniczonej prostymi (D) ▫ wyznacza parametry, dla których proste się przecinają (D) ▫ rozwiązuje graficznie złożone nierówności liniowe (również z wartością bezwzględną) (D) ▫ uzasadnia wzór na odległość punktów na płaszczyźnie (D) ▫ analizuje i objaśnia przykłady modelowania matematycznego oraz samodzielnie przeprowadza modelowanie różnych zagadnień za pomocą metod geometrii analitycznej (D)
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

VI. CIĄGI

Wielkości ciągłe i wielkości dyskretne.	1	Wielkości ciągłe i wielkości dyskretne. Przykłady takich wielkości. Zastosowanie liczb rzeczywistych do opisu wielkości ciągłych i liczb całkowitych do opisu wielkości dyskretnych. Sporządzanie i porównywanie wykresów wielkości ciągłych i wielkości dyskretnych. Czytanie wykresów.	Uczeń: ▫ zapisuje ciąg słownie, w formie tabelki, wzoru (K) ▫ określa kolejne wyrazy ciągu na podstawie opisu słownego lub ogólnego wzoru (K) ▫ sporządza wykres danego ciągu przy określonej liczbie wyrazów (K) ▫ rozróżnia, które z danych wykresów funkcji przedstawiają ciągi (K) ▫ bada w prostych przypadkach, czy dany ciąg jest rosnący, malejący, czy stały (P)
Co to jest ciąg?	1	Ciąg nieskończony jako funkcja określona na zbiorze liczb naturalnych dodatnich. Określenie wyrazów ciągu. Przykłady różnych ciągów. Ciągi skończone i nieskończone. Ciąg liczbowy. Wykres ciągu liczbowego. Monotoniczność ciągu. Badanie monotoniczności ciągu.	▫ odkrywa zasadę tworzenia ciągu na podstawie podanych kilku początkowych wyrazów tego ciągu (P) ▫ rozróżnia wielkości ciągłe i dyskretne (R) ▫ odczytuje z danego wykresu wartości ciągu i przedziały monotoniczności (R)
Odkrywanie zależności.	1	Poszukiwanie najprostszej reguły określającej dany ciąg (wzoru na n-ty wyraz ciągu). Wzór na n-ty wyraz ciągu liczbowego. Wypisywanie wyrazów ciągu na podstawie ogólnego wzoru.	▫ przedstawia różne zależności za pomocą wykresu ciągu, którego dziedziną jest skończony zbiór liczb naturalnych (R) ▫ wybiera optymalny sposób przedstawienia danych w konkretnej sytuacji (mając np. wykres, wzór, tabelkę) (R) ▫ podaje ogólny wzór ciągu na podstawie opisu słownego n – tego wyrazu (R) ▫ bada, czy ciąg o danym wzorze ogólnym jest monotoniczny, czy posiada wyraz najmniejszy oraz największy (R) ▫ znajduje, o ile istnieje, najmniejszy i największy wyraz ciągu na podstawie wzoru ogólnego (D) ▫ odkrywa trudniejsze zasady tworzenia ciągu na podstawie podanych kilku początkowych wyrazów ciągu (D)

			▫ odczytuje rekurencyjny sposób opisania ciągów i stosuje go w prostych przypadkach do wyznaczania początkowych wyrazów ciągu (D) ▫ określa kolejne wyrazy ciągu na podstawie podanej rekurencyjnie zależności (D)
Ciąg arytmetyczny i jego zastosowania	2	Przykłady ciągu arytmetycznego i jego własności. Średnia arytmetyczna. Określenie ciągu arytmetycznego skończonego i nieskończonego. Określenie wzoru na ogólny wyraz ciągu arytmetycznego. Związek między różnicą ciągu arytmetycznego a monotonicznością ciągu	Uczeń: ▫ rozpoznaje na podstawie kilku początkowych wyrazów ciągu, czy dany ciąg jest arytmetyczny (K) ▫ podaje na podstawie wzoru ogólnego ciągu arytmetycznego pierwszy wyraz i różnicę ciągu (pierwszy wyraz i iloraz ciągu) (K) ▫ określa typ monotoniczności podanego ciągu arytmetycznego (K) ▫ znajduje sumę początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (K) ▫ odróżnia na podstawie podanego wzoru ogólnego, które ciągi są ciągami arytmetycznymi (P) ▫ podaje wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dany jest wyraz pierwszy i różnica ciągu (P) ▫ stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywanie prostych zadań tekstowych (P) ▫ znajduje liczbę wyrazów skończonego ciągu arytmetycznego, gdy dana jest wartość sumy, wyraz pierwszy i różnica (P) ▫ rozpoznaje, które z danych wykresów są wykresami ciągu arytmetycznego (R) ▫ sprawdza, mając dane dwa inne wyrazy tego ciągu, czy dana liczba jest wyrazem danego ciągu arytmetycznego (R) ▫ wyznacza ogólny wyraz ciągu arytmetycznego, znając zależność S_n (R) ▫ stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych (D) ▫ uzasadnia trudniejsze własności ciągu arytmetycznego, np. monotoniczność i to, że każdy wyraz, oprócz pierwszego, jest średnią arytmetyczną dwóch sąsiednich wyrazów (D) ▫ wykorzystuje wzór na sumę ciągu arytmetycznego do rozwiązywania różnych problemów (D)
Suma wyrazów ciągu arytmetycznego.	2	Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. Obliczanie sumy wyrazów ciągu arytmetycznego.	
Ciąg geometryczny	2	Przykłady ciągu geometrycznego. Określenie ciągu geometrycznego skończonego i nieskończonego. Wyprowadzenie wzoru na ogólny wyraz ciągu geometrycznego. Poszukiwanie wzoru ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy. Średnia geometryczna. Związek między ilorazem ciągu geometrycznego a monotonicznością ciągu.	Uczeń: ▫ rozpoznaje na podstawie kilku początkowych wyrazów ciągu, czy dany ciąg jest geometryczny (K) ▫ określa typ monotoniczności podanego ciągu geometrycznego (K) ▫ znajduje sumę początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o skończonej liczbie wyrazów (K) ▫ oblicza wzrost lub zanik wykładniczy danej wielkości (K) ▫ odróżnia na podstawie podanego wzoru ogólnego, które ciągi są ciągami geometrycznymi (P) ▫ podaje wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dany jest wyraz pierwszy i iloraz ciągu (P) ▫ rozpoznaje, które z danych wykresów są wykresami ciągu geometrycznego (P) ▫ stosuje własności ciągu geometrycznego (arytmetycznego) do rozwiązywanie prostych zadań tekstowych ▫ znajduje liczbę wyrazów skończonego ciągu geometrycznego, gdy dana jest wartość
Wzrost i zanik wykładniczy	1	Zmiany procentowe. Rozwiązywanie zadań dotyczących wzrostu danej wielkości o stały procent. Związek między stałym wzrostem procentowym a odpowiednim ciągiem geometrycznym. Obliczanie wzrostu procentowego. Pokazanie, że procesy o stałym wzroście procentowym rosną wykładniczo. Obliczanie stałego spadku procentowego. Rozwiązywanie zadań dotyczących spadku danej wielkości o stały procent. Związek między stałym spadkiem	

		procentowym a odpowiednim ciągiem geometrycznym. Obliczanie spadku procentowego. Pokazanie, że procesy o stałym zaniku procentowym maleją wykładniczo.	sumy, wyraz pierwszy i iloraz ciągu (P) ▫ rozwiązuje, z zastosowaniem ciągu geometrycznego, zadania wiążące się ze wzrostem o stałym tempie procentowym (P) ▫ wykonuje obliczenia procentowe dotyczące zaniku wykładniczego danej wielkości w czasie (P) ▫ oblicza okres podwojenia przy danym rocznym wzroście procentowym (R) ▫ oblicza przyrost procentowy, znając przyrost w danym okresie (R) ▫ oblicza procent spadku danej wielkości w określonym czasie (R) ▫ stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania złożonych zadań tekstowych (D) ▫ uzasadnia trudniejsze własności ciągu geometrycznego, np. monotoniczność i to, że każdy wyraz, oprócz pierwszego, jest średnią geometryczną dwóch sąsiednich wyrazów (D) ▫ wykorzystuje wzór na sumę ciągu geometrycznego do rozwiązywania różnych problemów (D) ▫ określa procentowe tempo wzrostu w danym okresie przy podanej wielkości wzrostu (D) ▫ porównuje procentowe przyrosty danej wielkości przy różnym tempie wzrostu tej wielkości w określonym czasie (D)
Efekt składania procentów	1	Spadek lub wzrost danej wielkości o stały procent w pewnym czasie. Procentowe porównania związane ze spadkiem i wzrostem danej wielkości w czasie. Rozwiązywanie zadań dotyczących spadku lub wzrostu danej wielkości w czasie.	
Suma wyrazów ciągu geometrycznego	2	Suma n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. Uzasadnienie wzoru na sumę wyrazów skończonego ciągu geometrycznego. Rozwiązywanie zadań dotyczących sumy ciągu geometrycznego. Zastosowanie ciągów arytmetycznego i geometrycznego.	
Kredyty	1	Rozwiązywanie zadań o tematyce ekonomicznej - obliczanie oprocentowania lokat i kredytów. Wprowadzenie podstawowych pojęć ekonomicznych: kapitał, lokaty, oszczędności, raty, kredyty, kapitalizacja odsetek, stopa procentowa. Zadania praktyczne.	Uczeń: ▫ oblicza wysokość rat i odsetek od kredytu o określonej wysokości i stałym oprocentowaniu w ciągu roku (K) ▫ oblicza, jaki procent kredytu przy stałym oprocentowaniu stanowią odsetki (K) ▫ oblicza wartość spłaconego kredytu, tj. wysokość rat kredytowych + odsetek, gdy dany jest okres spłaty i roczna stopa procentowa (P) ▫ oblicza jaki procent kredytu stanowią spłacone odsetki (P) ▫ znajduje wysokość wzrostu kwoty kredytu z odsetkami przy danym oprocentowaniu w określonym czasie (P) ▫ potrafi oszacować wzrost procentowy w danym czasie przy danym procentowym wzroście rocznym (P) ▫ potrafi oszacować spadek procentowy w danym czasie przy danym procentowym spadku rocznym (P) ▫ oblicza na podstawie podanego wzoru wysokość miesięcznych rat kredytu przy danej liczbie rat i danym oprocentowaniu (R) ▫ rozróżnia oprocentowanie nominalne od efektywnego (R) ▫ wyznacza stopę procentową odsetek od lokaty, znając wartość początkową i końcową lokaty (R) ▫ wybiera najkorzystniejszą z lokat oferowanych przez banki w danym czasie (R) ▫ wykonuje obliczenia dotyczące kapitalizacji wkładu początkowego na podstawie ogólnego wzoru (D) ▫ określa łączny kapitał przy systematycznym oszczędzaniu i stałym rocznym oprocentowaniu (D) ▫ wyznacza efektywną stopę kredytu przy różnych okresach kapitalizacji odsetek (D) ▫ oblicza wartość efektywnej rocznej stopy procentowej przy danym oprocentowaniu
Lokaty i procent składany	1	Przedstawienie na przykładach pojęcia procentu składanego. Podanie ogólnego wzoru na kapitał końcowy przy stałej stopie procentowej, określonym kapitale początkowym i liczbie lat oszczędzania. Pojęcie kapitalizacji, oprocentowania nominalnego i efektywnego	
Oszczędzanie systematyczne	1	Rozwiązywanie *zadań* o tematyce ekonomicznej - obliczanie oprocentowania lokat i kredytów. Przykłady systematycznego oszczędzania przy stałym oprocentowaniu i stałej kapitalizacji	

			nominalnym i określonej kapitalizacji odsetek (D)
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

VII. WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE

Dzielenie z resztą i cechy podzielności	1	Pisemne dzielenie liczb całkowitych z resztą i bez reszty. Cechy podzielności liczb przez 2, 3, 4, 5, 9 i 10.	Uczeń: ▫ wykonuje dzielenie pisemne z resztą (K) ▫ uzupełnia brakujące elementy w zapisie dzielenia liczby całkowitej z resztą (K) ▫ wyznacza wszystkie możliwe reszty z dzielenie liczby całkowitej przez inną liczbę całkowitą (K) ▫ wypisuje wszystkie dzielniki dla konkretnych liczb całkowitych (K) ▫ podaje wielokrotności danej liczby mniejsze od danej liczby naturalnej (K) ▫ dokonuje rozkładu liczby naturalnej na iloczyn czynników pierwszych (K) ▫ wskazuje kilka wspólnych wielokrotności dla pary liczb oraz wyznacza ich najmniejszą wspólną wielokrotność (K) ▫ wyznacza wszystkie wspólne dzielniki pary liczb i wskazuje największy z nich (K) ▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne na dzielenie liczb całkowitych z resztą (P) ▫ zapisuje za pomocą wzoru liczby całkowite spełniające określone warunki (P) ▫ uzasadnia, że dana liczba jest złożona, korzystając z cech podzielności(P) ▫ wyznacza najmniejszą wspólna wielokrotność (największy wspólny dzielnik) pary liczb, korzystając z ich rozkładu na czynniki pierwsze (P) ▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne prowadzące do najmniejszej wspólnej wielokrotności oraz największego wspólnego dzielnika (P) ▫ uzasadnia podzielność liczb całkowitych przez konkretną liczbę (R) ▫ wyznacza najmniejsze liczby całkowite spełniające określone warunki(R) ▫ wybiera spośród zestawu liczb te, które są pierwsze (R) ▫ wyznacza największy wspólny dzielnik dla „dużych" liczb (R) ▫ wyznacza najmniejsza wspólną wielokrotność, korzystając z algorytmu Euklidesa (R) ▫ uzasadnia cechę podzielności przez 11 dla liczb dwu i trzycyfrowych (D) ▫ podaje rozkład liczby na czynniki, które są iloczynem dwóch liczb zapisanych w postaci rozkładu na czynniki pierwsze (D) ▫ wyznacza największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólną wielokrotność trójki liczb (D) ▫ wyznacza parę liczb, mając dany jej największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólną wielokrotność (D) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do najmniejszej wspólnej wielokrotności oraz największego wspólnego dzielnika (D)
Liczby pierwsze i liczby złożone	1	Wielokrotność liczby, dzielnik liczby. Liczba pierwsza i liczba złożona. Rozkład liczby całkowitej na czynniki pierwsze.	
NWW, NWD i algorytm Euklidesa	2	Wyznaczanie najmniejszej wspólnej wielokrotności liczb. Wyznaczanie największego wspólnego dzielnika liczb. Algorytm Euklidesa. Liczby względnie pierwsze. Funkcja Eulera.	
Podstawowe terminy	1	Wielomian zmiennej x stopnia n. Współczynniki wielomianu. Wyrazy wielomianu. Wyraz wolny. Pierwiastek wielomianu.	Uczeń: ▫ wskazuje wielomiany wśród różnych funkcji (K) ▫ wyznacza kolejne współczynniki wielomianu (K) ▫ wyznacza brakujący współczynnik wielomianu, mając daną wartość wielomianu dla danego argumentu (K) ▫ oblicza wartość wielomianu dla argumentów liczbowych i literowych (K) ▫ wskazuje wśród liczb te, które są pierwiastkami danego wielomianu (K)
Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów	1	Trzy podstawowe działania na wielomianach. Stopień sumy, różnicy i iloczynu wielomianów.	
Dzielenie wielomianów	2	Algorytm dzielenia. Iloraz i reszta z dzielenia wielomianów.	
Twierdzenie Bezout	1	Reszta zdzielenia wielomianu przez dwumian x - r.	

<table>
<tr><td></td><td></td><td>Reszta z dzielenia wielomianu przez dwumian x - r, gdy r jest pierwiastkiem tego wielomianu. Podzielność wielomianu przez dwumian x - r, gdy r jest (nie jest) pierwiastkiem wielomianu.</td><td rowspan="9">▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów (K)
▫ porządkuje wielomiany (K)
▫ wykonuje dzielenie wielomianów z resztą i bez reszty (K)
▫ oblicza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x-r$, stosując twierdzenie Bezout (K)
▫ rozkłada trójmian kwadratowy na czynniki, korzystając ze wzorów na pierwiastki i ze wzorów skróconego mnożenia (K)
▫ rozstrzyga, czy dany trójmian kwadratowy można rozłożyć na czynniki (K)
▫ dopasowuje postaci iloczynowe trójmianów kwadratowych do odpowiednich wykresów (K)
▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe dane w najprostszej postaci (K)
▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe dla trójmianów danych w postaci iloczynowej i niezupełnej (K)
▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe w liczbach naturalnych (K)
▫ sprowadza trójmiany kwadratowe do postaci iloczynowej (K)
▫ rozkłada wielomiany na czynniki, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia, wyłączając wspólny czynnik przed nawias oraz grupując wyrazy (K)
▫ wyznacza jedyny pierwiastek całkowity równania trzeciego stopnia (K)
▫ wyznacza wszystkie pierwiastki całkowite równań trzeciego stopnia (K)
▫ określa zbiór tych wartości, dla których dane wyrażenie wymierne ma sens (K)
▫ wyznacza współczynniki wielomianów równych (P)
▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie, mnożenie i potęgowanie kilku wielomianów (P)
▫ podaje przykład wielomianu, który przy dzieleniu przez dany wielomian daje określoną resztę (P)
▫ rozstrzyga, czy wielomian jest podzielny przez dwumian $x-r$ (P)
▫ rozstrzyga, znając resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x-r$, która z danych liczb nie jest pierwiastkiem tego wielomianu (P)
▫ wyznacza dwa współczynniki trójmianu kwadratowego, znając dwa pierwiastki tego trójmianu (P)
▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe, wykonując najpierw odpowiednie przekształcenia (P)
▫ rozwiązuje nierówności kwadratowe dla trójmianów danych w postaci iloczynowej po obu stronach znaku nierówności (P)
▫ wyznacza dziedzinę funkcji, która zawiera trójmian kwadratowy pod znakiem pierwiastka kwadratowego (P)
▫ uzasadnia, że daną nierówność spełniają wszystkie liczby rzeczywiste (P)
▫ uzasadnia, że żadna liczba rzeczywista nie spełnia nierówności kwadratowej (P)
▫ rozwiązuje układy nierówności kwadratowych (P)
▫ podaje przykłady wielomianów o danych pierwiastkach (P)
▫ wyznacza współczynniki wielomianu, mając dany czynnik występujący w rozkładzie tego wielomianu (P)
▫ rozwiązuje równania wielomianowe trzeciego i czwartego stopnia (P)
▫ wyznacza pozostałe pierwiastki równania czwartego stopnia, mając dane dwa</td></tr>
<tr><td>Rozkład trój mianu na czynniki</td><td>1</td><td>Postać iloczynowa trójmianu kwadratowego. Rozkład trójmianu na czynniki za pomocą wzorów skróconego mnożenia.</td></tr>
<tr><td>Nierówności kwadratowe</td><td>2</td><td>Szkic paraboli z uwzględnieniem znaku a i ewentualnych pierwiastków. Odczytywanie rozwiązań nierówności kwadratowych na podstawie szkicu odpowiedniej paraboli. Zastosowanie nierówności kwadratowych do rozwiązywania bardziej złożonych zadań.</td></tr>
<tr><td>Rozkład wielomianu na czynniki</td><td>2</td><td>Rozkład wielomianów stopnia trzeciego i czwartego na czynniki. Stosowanie wzorów skróconego mnożenia, grupowanie wyrazów i wykorzystanie twierdzenia Bezout.</td></tr>
<tr><td>Rozwiązywanie równań wielomianowych</td><td>1</td><td>Zastosowani poznanych metod rozkładu wielomianu na czynniki do rozwiązywania równań wielomianowych. Równanie dwukwadratowe oraz sposób jego rozwiązywania.</td></tr>
<tr><td>Pierwiastki wielomianów o współczynnikach całkowitych</td><td>1</td><td>Twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych.</td></tr>
<tr><td>O wykresach wielomianów</td><td>1</td><td>Wykresy wielomianów trzeciego i czwartego stopnia. Krotność pierwiastka.</td></tr>
<tr><td>Nierówności wielomianowe</td><td>1</td><td>Wykorzystanie szkiców wykresów do rozwiązywania nierówności.</td></tr>
</table>

			pierwiastki tego równania (P) ▫ zapisuje w postaci wielomianu iloczyn kilku dwumianów różnych stopni (R) ▫ wyznacza stopień wielomianu będącego wynikiem różnych działań na dwóch wielomianach o danych stopniach (R) ▫ wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - r$, nie wykonując dzielenia (R) ▫ uzupełnia przedstawiony schemat dzielenia wielomianu przez dwumian $x - r$ (R) ▫ wyznacza współczynnik wielomianu tak, aby wielomian ten był podzielny przez dwumian $x - r$ (R) ▫ wyznacza dwa współczynniki wielomianu tak, aby wielomian ten był podzielny przez iloczyn dwumianów postaci $x - r$ (R) ▫ podaje przykłady wielomianów możliwie najniższego stopnia o danych pierwiastkach (R) ▫ dopasowuje wykresy trójmianów kwadratowych do odpowiednich wzorów tych trójmianów danych w postaci iloczynowej (R) ▫ układa równania kwadratowe, mając dane dwa jego pierwiastki (R) ▫ podaje przykład nierówności kwadratowej o danym rozwiązaniu (R) ▫ rozwiązuje nierówności wielomianowe dla wielomianów danych po obu stronach znaku nierówności w postaci iloczynowej (R) ▫ podaje przykład wielomianu o współczynnikach całkowitych, którego pierwiastkami są dane liczby wymierne i niewymierne (R) ▫ wyznacza brakujące współczynniki wielomianu, mając dane wartości wielomianu dla dwóch różnych argumentów (D) ▫ podaje przykład wielomianu, który daje tę samą resztę przy dzieleniu przez różne dwumiany $x - r$ (D) ▫ wykonuje dzielenie wielomianów przez dwumiany, wykorzystując wzór na skończoną sumę wyrazów ciągu geometrycznego (D) ▫ rozstrzyga, czy wielomian czwartego stopnia jest podzielny przez iloczyn dwumianów postaci $x - r$ (D) ▫ wyznacza te wartości *n*, dla których wielomian stopnia *n* jest podzielny przez dwumian $x + 1$ (D) ▫ rozwiązuje kwadratowe nierówności podwójne (D) ▫ rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną (D) ▫ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do nierówności kwadratowych (D) ▫ rozkłada na czynniki wielomian, stosując podstawienie (D) ▫ wyznacza dwa współczynniki wielomianu, wiedząc, że wielomian ten dzieli się przez dany trójmian kwadratowy (D) ▫ rozstrzyga, czy dany wielomian jest podzielny przez dany wielomian trzeciego stopnia (D) ▫ wskazuje wśród danych równań wielomianowych te, które nie mają pierwiastków ujemnych (D) ▫ rozwiązuje równania stopnia wyższego niż czwarty (D) ▫ rozwiązuje bardziej złożone nierówności wielomianowe (D)

Wyrażenia wymierne	2	Pojęcie wyrażenia wymiernego. Wartość wyrażenia wymiernego Dziedzina wyrażenia wymiernego. Działania na wyrażeniach wymiernych.	Uczeń: ▫ oblicza wartość wyrażenia wymiernego, dla danych wartości liczbowych zmiennych (K) ▫ wskazuje wśród wyrażeń wymiernych te, które są homografiami (K) ▫ szkicuje wykresy najprostszych funkcji homograficznych (K) ▫ odczytuje z wykresu homografii własności tej funkcji oraz równania jej asymptot (K) ▫ podaje równania asymptot homografii na podstawie jej wzoru (K) ▫ wykonuje dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych (P) ▫ przekształca tak równania, aby otrzymać jedną ze stron w postaci wyrażenia wymiernego (P) ▫ wyznacza dziedzinę i przedziały monotoniczności na podstawie wzoru homografii (P) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do badania własności homografii (P) ▫ rozwiązuje proste równania z funkcją homograficzną (P) ▫ układ, a następnie rozwiązuje proste równania z funkcja homograficzną (P) ▫ rozwiązuje proste nierówności z homografią (P) ▫ układa, a następnie rozwiązuje proste nierówności z homografią (P) ▫ podaje wzór homografii na podstawie jej wykresu (R) ▫ określa przekształcenia, jakie należy wykonać, aby z wykresu funkcji $y = \frac{k}{x}$ otrzymać wykres danej homografii (R) ▫ wykonuje różne przekształcenia wykresu homografii (R) ▫ szkicuje zbiór utworzony z tych punktów płaszczyzny, dla których dane wyrażenie wymierne z dwiema zmiennymi traci sens (D) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do wyrażeń wymiernych (D) ▫ podaje przykład homografii, mając dane jej miejsce zerowe i równania dwóch asymptot (D) ▫ szkicuje wykresy homografii z wartością bezwzględną (D) ▫ uzasadnia, że funkcja $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ jest homografią $\Leftrightarrow ad - bc \neq 0$ (D)
Homografia I: najprostsze przypadki	1	Określenie funkcji homograficznej . Wykres homografii. Asymptoty hiperboli. Własności funkcji homograficznej.	
Homografia II: przypadek ogólny	2	Przekształcanie dowolnej homografii do postaci $y = a + \frac{b}{x+c}$	
Zastosowania	1	Średni koszt produkcji, stężenie procentowe roztworu.	
Równania z homografią	1	Równania, których jedna lub obie strony mają postać homografii	
Nierówności z homografią	2	Nierówności, których jedna lub obie strony mają postać homografii. Związek pomiędzy znakiem ilorazu a znakiem iloczynu dwóch liczb. Znak ilorazu i znak iloczynu dwóch tych samych liczb.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

VIII. FUNKCJE TRYGONOMTRYCZNE

Kąty skierowane i obroty.	1	Obrót punktu po okręgu. Promień wodzący punktu.. Kąt skierowany. Ramię początkowe i końcowe kąta. Kierunek obrotu dodatni i ujemny. Obrót o kąt dodatni i ujemny dowolnej miary.	Uczeń: ▫ odczytuje miary kątów zaznaczonych na rysunku (K) ▫ zaznacza na rysunku kąt o danej mierze (K) ▫ wskazuje punkt, na jaki przechodzi dany punkt przy obrocie o kąt 90°, 180°, 270° (K) ▫ odczytuje z rysunku wartości sinusa (cosinusa) określonego kąta (K) ▫ wyznacza kąty spełniające równania typu: $\sin\alpha = \sin 50^\circ$ ($\cos\alpha = \cos 50^\circ$)(K) ▫
Sinus i cosinus.	2	Funkcje sinus i cosinus dla dowolnego kąta skierowanego w układzie współrzędnych. Wartości funkcji sinus i cosinus w prostych przypadkach oraz dla kątów będących wielokrotnością kąta prostego. Znajdowanie	

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>kąta, gdy dany jest jego sinus lub cosinus w sposób graficzny. Okresowość funkcji trygonometrycznych sinus i cosinus: $\sin(\alpha + 360°) = \sin\alpha$, $\cos(\alpha + 360°) = \cos \alpha$.</td>
<td rowspan="5">▫ rysuje kąt, mając daną wartość sinusa (cosinusa) tego kąta i za pomocą kątomierza odczytuje z rysunku liczbę punktów wspólnych wykresu funkcji trygonometrycznej z prosta poziomą (K)
▫ podaje przykład kata, którego sinus i kosinus mają określone znaki (K)
▫ wyznacza na podstawie wykresów funkcji sinus (cosinus) niektóre własności tych funkcji: wartość największą (najmniejszą), zbiór wartości, miejsca zerowe (K)
▫ wybiera z zestawu liczb te, które mogą być wartościami funkcji sinus (cosinus) (K)
▫ wskazuje na wykresie przedziały monotoniczności funkcji sinus (cosinus) dla kątów z przedziału $[-360^\circ, 360^\circ]$ (K)
▫ odczytuje z wykresu funkcji sinus (cosinus) w przedziale $[0^\circ, 360^\circ]$ kąty, dla których funkcje te mają miejsca zerowe oraz wartości największą i najmniejszą (K)
▫ wskazuje wśród tangensów i cotangensów danych kątów te, które są określone (K)
▫ wskazuje na wykresie przedziały monotoniczności funkcji tangens (cotangens) dla kątów z przedziału $[-180^\circ, 180^\circ]$ (K)
▫ wskazuje na wykresie funkcji tangens (cotangens) przedziały zawarte w przedziale $[0^\circ, 360^\circ]$, w których funkcje te przyjmują wartości dodatnie (ujemne) (K)
▫ podaje znak każdej z czterech funkcji trygonometrycznych dla dowolnego kąta (K)
▫ określa położenie kąta z dokładnością do ćwiartki układu przy danych znakach funkcji trygonometrycznych (K)
▫ wskazuje miejsce zerowe każdej z czterech funkcji trygonometrycznych położone najbliżej danego kąta (K)
▫ podaje punkty nieokreśloności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale (K)
▫ wskazuje kąty z przedziału $[0^\circ, 360^\circ]$, dla których sinus (cosinus) są równe określonej liczbie (P)
▫ wyznacza te kąty z przedziału $[0^\circ, 360^\circ]$, dla których sinus i cosinus (tangens i cotangens) mają te same (przeciwne) wartości (P)
▫ porównuje wartości sinusów (cosinusów, tangensów, cotangensów) dla różnych kątów (P)
▫ wykorzystuje wiadomości o funkcjach trygonometrycznych do rozwiązywania zadań dotyczących figur geometrycznych (P)
▫ wyznacza wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa danego kąta (P)
▫ wyznacza różne kąty ujemne i różne kąty dodatnie taki, aby sinus (cosinus) tych kątów był jednakowy (P)
▫ podaje przykłady różnych kątów, dla których tangensy (cotangensy) są równe (P)
▫ rozstrzyga, czy można podać przykład kąta, dla którego tangens jest dodatni, a cotangens ujemny (P)
▫ określa typ monotoniczności dla każdej z czterech funkcji trygonometrycznych w danym przedziale (P)
▫ rozpoznaje rodzaje funkcji na podstawie przyjmowanego znaku i typu monotoniczności w danej ćwiartce układu współrzędnych (P)
▫ rozstrzyga istnienie kąta, dla którego funkcje trygonometryczne spełniają określone warunki (P)
▫ podaje współrzędne punktu, który otrzymamy, obracając podany punkt o 90°, 180°, 270°, 540°, 810° (R)</td>
</tr>
<tr>
<td>Wykresy funkcji sinus i cosinus.</td>
<td>2</td>
<td>Kreślenie wykresów funkcji sinus i cosinus. Analiza podobieństw i różnic wykresów obu funkcji. Związek $\cos \alpha = \sin(90° + \alpha)$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Tangens i cotangens.</td>
<td>1</td>
<td>Funkcje tangens i cotangens dla dowolnego kąta skierowanego w układzie współrzędnych. Wartości funkcji tangens i cotangens w prostych przypadkach. Przypadki, w których funkcje te są nieokreślone. Okresowość funkcji trygonometrycznych tangens i cotangens: $tg(\alpha + 180°) = tg\alpha$, $ctg(\alpha + 180°) = ctg\alpha$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Wykresy funkcji tangens i cotangens.</td>
<td>1</td>
<td>Kreślenie wykresów funkcji tangens w przedziale $(-90^\circ, 90^\circ)$ i cotangens w przedziale $(0^\circ, 180^\circ)$, a następnie wykorzystanie informacji, że ich kształt się powtarza. Analiza podobieństw i różnic wykresów obu funkcji. Asymptoty pionowe. Związek $tg(-\alpha) = -tg\alpha$.</td>
</tr>
<tr>
<td>Własności funkcji trygonometrycznych.</td>
<td>1</td>
<td>Własności funkcji: dziedzina, zbiór wartości, wartość najmniejsza, wartość największa, okres, miejsca zerowe, znak, przedziały monotoniczności. Porównywanie własności funkcji.</td>
</tr>
</table>

			▫ wskazuje punkt, który przechodzi na dany punkt w obrocie o określony kąt (R) ▫ podaje, o który należy obrócić dany punkt, aby otrzymać jego obraz w symetrii względem osi poziomej, pionowej i środka układu współrzędnych (R) ▫ podaje określenia funkcji sinus i cosinus (R) ▫ wyjaśnia okresowość funkcji sinus i cosinus ▫ odczytuje z koła trygonometrycznego wartości kątów, dla których sinus i cosinus mają te same (przeciwne) wartości (R) ▫ konstruuje wykres funkcji $y = \sin\alpha$ ($y = tg\alpha$) za pomocą koła trygonometrycznego (R) ▫ rysuje kąt mając dany jego tangens lub cotangens (R) ▫ wyznacza ćwiartki układu współrzędnych, w których dane dwie funkcje trygonometryczne mają ten sam typ monotoniczności (R) ▫ wyznacza ćwiartki układu współrzędnych, w których iloczyny funkcji trygonometrycznych mają stały znak (R) ▫ wskazuje osie symetrii funkcji sinus (cosinus) (R) ▫ rozstrzyga o istnieniu osi symetrii wykresów czterech funkcji trygonometrycznych (R) ▫ rozstrzyga, czy osie układu współrzędnych są osiami symetrii wykresów czterech funkcji trygonometrycznych (R) ▫ porównuje bez pomocy kalkulatora wartości funkcji sinus (cosinus) różnych kątów(D) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do określania obrotów o dany kąt ▫ oblicza sinus (cosinus) kąta obrotu (D) ▫ odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus w przedziale $[-180^\circ, 180^\circ]$ kąty, dla których obie funkcje przyjmują równe wartości (jedna funkcja przyjmuje wartości mniejsze od wartości drugiej funkcji) (D) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne prowadzące do rysowania wykresów funkcji sinus i cosinus (D) ▫ wyznacza te kąty, dla których tangens i sinus są równe (D) ▫ odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens w przedziale $[90^\circ, 180^\circ]$ kąty, dla których jedna funkcja przyjmuje wartości mniejsze od wartości drugiej funkcji (D) ▫ dopasowuje wzory odwrotności funkcji trygonometrycznych do ich wykresów (D) ▫ wyznacza wspólne własności dla różnych par czterech funkcji trygonometrycznych(D) ▫ podaje kąty odpowiadające punktom zaznaczonym na wykresie funkcji trygonometrycznej (D)
Symetrie wykresów i wzory redukcyjne.	2	Tożsamości trygonometryczne: $\sin(\alpha + 360°) = \sin\alpha$, $\cos(\alpha + 360°) = \cos\alpha$, $tg(\alpha + 180°) = tg\alpha$, $ctg(\alpha + 180°) = ctg\alpha$, $tg(-\alpha) = -tg\alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$, $\sin(\alpha + 180°) = -\sin\alpha$, $\cos(\alpha + 180°) = -\cos\alpha$.	Uczeń: ▫ zna podstawowe tożsamości trygonometryczne: $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (K) ▫ wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dana wartość funkcji sinus (cosinus) dla kąta α, leżącego w podanej ćwiartce (K) ▫ buduje sumę kątów α+β oraz różnicę kątów α-β (K)
Jeszcze cztery ważne tożsamości.	2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne. Zastosowanie ich do wyprowadzania innych użytecznych tożsamości. Stosowanie tożsamości trygonometrycznych do obliczania	

		wartości funkcji trygonometrycznych.	▫ sprawdza podstawowe tożsamości trygonometryczne (P)
Obliczanie wartości funkcji trygonometrycznych.	1	Przypomnienie sposobu obliczania trzech kątów pierwszej ćwiartki i ich wartości. Wartości funkcji trygonometrycznych dla niektórych kątów skierowanych.	▫ odczytuje z wykresów kąty odpowiadające zaznaczonym punktom (P) ▫ oblicza wartości funkcji trygonometrycznych, wykorzystując ich okresowość (P) ▫ oblicza wartości różnych wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, wykorzystując tożsamości trygonometryczne (R) ▫ sprawdza bardziej skomplikowane tożsamości trygonometryczne (D) ▫ oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego samego kąta, mając dany tangens (cotangens) tego kąta (D) ▫ rozwiązuje zadania o tematyce praktycznej prowadzące do wykorzystania własności funkcji trygonometrycznych (D)
Miara łukowa kąta.	1	Miara łukowa kąta dodatniego. Miara łukowa kąta ujemnego. Związek między miarą stopniową a miarą łukową dowolnego kąta. Zamiana miary łukowej na stopniował odwrotnie.	Uczeń: ▫ zapisuje miejsca zerowe funkcji $y = tgx$ i $y = ctgx$, stosując miarę łukową (K) ▫ zamienia kąty wyrażone w mierze stopniowej na kąty w mierze łukowej i odwrotnie (K) ▫ sporządza wykresy funkcji trygonometrycznych, oznaczając argumenty za pomocą miary łukowej (K) ▫ szacuje w radianach kąt o mierze jednego stopnia i kąt o mierze jednego radiana w stopniach (P) ▫ oblicza wartości funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej (P) ▫ zapisuje za pomocą wzoru zbiór tych x, dla których funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej przyjmują określoną wartość (P) ▫ zapisuje przedziały, w których funkcje trygonometryczne przyjmują wartości dodatnie (ujemne), są rosnące (malejące), stosując miary łukowe (P) ▫ wyznacza ćwiartkę układu współrzędnych, w której jest położony kąt wyrażony w radianach (R) ▫ wyznacza miarę łukową i stopniową dla kątów środkowych o podanych promieniach i łukach (R) ▫ wyznacza długość łuku oraz miarę łukową dla kątów środkowych podanych na rysunku (R) ▫ wyznacza znak wartości funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej dla dowolnych wartości argumentu, nie korzystając z kalkulatora (R) ▫ podaje wzór funkcji trygonometrycznej zmiennej rzeczywistej na podstawie wykresu (R) ▫ rozstrzyga, czy miara kąta niezerowego może się wyrażać liczbą całkowitą w radianach i stopniach jednocześnie (D) ▫ wyznacza przedziały, w których dwie funkcje trygonometryczne mają ten sam typ monotoniczności, stosując miarę łukową (D) ▫ porównuje wartości funkcji trygonometrycznych dla tych samych wartości liczbowych, ale podanych w mierze stopniowej oraz łukowej (D) ▫ rozwiązuje graficznie proste nierówności trygonometryczne postaci $\sin x < a$ (D)
Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej.	2	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej. Wykresy i własności funkcji trygonometrycznych dla zmiennej rzeczywistej: dziedzina, zbiór wartości, wartość najmniejsza, wartość największa, okres, miejsca zerowe, znak, przedziały monotoniczności .	
Funkcje: y = ksinx, y = sinkx y = kcosx, y = coskx.	2	Wykres i własności funkcji postaci y = ksimc, y = kcosx. Zbiór wartości tych funkcji oraz wartości największa i najmniejsza. Wykres i własności funkcji postaci: y = sinkx i y = coskx. Modyfikowanie funkcji tak, aby uzyskać pożądany okres.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	1		

IX. PLANIMETRIA cz.2

Równoległobok	1	Pojęcie figury wypukłej. Czworokąty wypukłe i niewypukłe. Suma kątów w czworokącie, pięciokącie i sześciokącie. Określenie równoległoboku. Własności kątów w równoległoboku. Własności przekątnych w równoległoboku. Dwusieczne kątów równoległoboku.	Uczeń: ▫ wskazuje osie i środki symetrii figur (K) ▫ określa liczbę osi i środków symetrii (K) ▫ rozpoznaje figury wypukłe i niewypukłe (K) ▫ podaje określenie równoległoboku (K) ▫ określa, czy czworokąt o danych własnościach jest równoległobokiem(K) ▫ podaje przykłady równoległoboków spełniających określone własności (K) ▫ podaje własności charakterystyczne równoległoboku (K) ▫ wyznacza symetrie prostokątów, rombów i kwadratów (K) ▫ określa własności deltoidu (K) ▫ podaje określenie trapezu (K) ▫ podaje przykłady trapezów równoramiennych i prostokątnych (K) ▫ określa, czy czworokąt o danych własnościach jest trapezem (K) ▫ stosuje własności linii środkowej w trapezie (K) ▫ wyznacza kąty równoległoboku na podstawie znanych zależności między nimi (P) ▫ znajduje długości przekątnych równoległoboku, znając inne zależności między elementami równoległoboku (P) ▫ wyznacza kąt przecięcia dwusiecznych sąsiednich kątów równoległoboku (P) ▫ wyznacza współrzędne wierzchołków równoległoboku (P) ▫ określa, czy trapezy o danych własnościach są podobne (P) ▫ oblicza kąty i boki trapezu, znając zależności między nimi (P) ▫ uzasadnia, że w czworokącie suma kątów wynosi 360° (R) ▫ wyprowadza z określenia równoległoboku własności kątów równoległoboku (R) ▫ uzasadnia połowienie się przekątnych równoległoboku (R) ▫ uzasadnia, korzystając z cech przystawania trójkątów, że przekątna dzieli równoległobok na dwa trójkąty przystające (R) ▫ uzasadnia na podstawie różnych cech czworokąta, że jest on równoległobokiem (R) ▫ zna własność dwusiecznej kąta w trójkącie (R) ▫ uzasadnia, że równoległobok o przekątnych prostopadłych jest rombem (R) ▫ uzasadnia, że czworokąt wyznaczony przez dwusieczne równoległoboku nie będącego rombem jest prostokątem (D) ▫ uzasadnia, że środki boków czworokąta są wierzchołkami równoległoboku (D) ▫ uzasadnia poprawność opisanych konstrukcji równoległoboku (D) ▫ określa, w jakich równoległobokach przekątne są zawarte w dwusiecznych (D) ▫ uzasadnia, że środki boków równoległoboku tworzą prostokąt (D) ▫ uzasadnia własność linii środkowej w trapezie (D) ▫ oblicza długości podstaw, ramion, przekątnych i linii środkowych trapezów na podstawie różnych zależności między nimi (D)
Jak rozpoznać równoległobok?	1	Własności charakterystyczne równoległoboków. Równoległobok w układzie współrzędnych. Konstrukcja równoległoboku	
Symetrie równoległoboków: prostokąt, romb, kwadrat.	1	Symetrie równoległoboków. Własności prostokąta, rombu i kwadratu. Liczba osi symetrii prostokąta, rombu i kwadratu. Zestawienie ważniejszych własności prostokątów, rombów i kwadratów.	
Trapezy i deltoidy	2	Określenie trapezu i deltoidu. Trapezy prostokątne, równoramienne i nieregularne. Podstawy, ramiona, wysokości i przekątne trapezu. Własność kątów trapezu. Dwusieczna kątów trapezu. Linia środkowa trapezu. Zastosowanie podobieństwa do określania własności trapezu. Osie symetrii trapezu i deltoidu. Trapezy jako elementy składowe innych wielokątów. Przekrój sześcianu, ostrosłupa, graniastosłupa i trapezu.	
Trójkąt	1	Zastosowanie funkcji trygonometrycznych do obliczania długości boków, wysokości i dwusiecznych trójkąta. Obwód i pole trójkąta. Badanie zależności pola trójkąta od kąta. Obliczanie powierzchni ścian bocznych ostrosłupów.	Uczeń: ▫ oblicza pole równoległoboku, stosując wzory $P = ah$ i $P = ab\sin\alpha$ (K) ▫ oblicza pole rombu, stosując wzór $P = \frac{1}{2}ef$ (K)

Równoległobok i romb	1	Wzory na pole równoległoboku, rombu i dowolnego czworokąta. Obliczanie długości boków i przekątnych oraz pól równoległoboków i rombów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych.	▫ oblicza pole trapezu, stosując wzory $P=\frac{1}{2}(a+b)h$ i $P=\frac{1}{2}ef\sin\gamma$ (K) ▫ oblicza pole trójkąta, stosując wzory $P=\frac{1}{2}ah$ i $P=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ (K) ▫ wyznacza boki i kąty trójkąta prostokątnego z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych (P) ▫ oblicza długości boków, przekątnych oraz kąty równoległoboku, trapezu, prostokąta, kwadratu, deltoidu (P) ▫ rozwiązuje zadania praktyczne na obliczanie obwodów i pól trapezów(P) ▫ uzasadnia wzór na pole trójkąta $P=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$ (R) ▫ wyznacza kąty, boki, obwód i pole trójkąta, wykorzystując funkcje trygonometryczne (R) ▫ uzasadnia wzory na pole równoległoboku $P=ab\sin\alpha$ i $P=\frac{1}{2}ef\sin\gamma$ (R) ▫ uzasadnia wzór na pole trapezu $P=\frac{1}{2}ef\sin\gamma$ (R) ▫ określa zależność pola trójkąta od kąta zawartego pomiędzy dwoma danymi bokami (D) ▫ wykazuje, że wśród wszystkich trójkątów o bokach *a* i *b* największe pole ma trójkąt prostokątny (D) ▫ uzasadnia wzór na pole dowolnego czworokąta wypukłego $P=\frac{1}{2}ef\sin\gamma$ (D) ▫ oblicza długości boków, przekątnych oraz pole trapezu, mając dane bardziej złożone zależności między nimi (D)
Trapez	1	Wzory na pole trapezu. Obliczanie długości boków i przekątnych oraz pól trapezów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych.	
Kąty w kole. Własności stycznej	1	Kąty środkowe i kąty wpisane. Własności tych kątów. Własności kątów wpisanych opartych na łukach dopełniających. Wyznaczanie kątów i boków wielokątów na podstawie własności kątów środkowych i wpisanych. Pojęcie stycznej do okręgu. Styczne do okręgu z punktu poza okręgiem. Zastosowanie własności stycznej do okręgu do wyznaczania kątów i boków w wielokątach.	Uczeń: ▫ rozpoznaje kąty środkowe i wpisane w okrąg (K) ▫ określa własności kątów środkowych i wpisanych w okrąg (K) ▫ określa położenie środka okręgu opisanego na trójkącie (wpisanego w trójkąt) i konstruuje taki okrąg (K) ▫ określa, czy na danym czworokącie można opisać (czy w dany czworokąt można wpisać) okrąg (K) ▫ oblicza średnicę okręgu opisanego na prostokącie (K) ▫ stosuje wzory na pole trójkąta i czworokąta opisanego na okręgu: $P_{\Delta}=\frac{1}{2}(a+b+c)r$, $P=\frac{1}{2}(a+b+c+d)r$ (K) ▫ rozpoznaje i określa wielokąty foremne (K) ▫ określa liczbę osi symetrii wielokąta foremnego (K) ▫ oblicza kąty w okręgu, wykorzystując własności stycznej (P) ▫ oblicza kąty czworokąta, na którym opisano okrąg (P) ▫ oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym (P) ▫ oblicza bok trójkąta równobocznego, kwadratu, sześciokąta foremnego wpisanego w okrąg (P) ▫ oblicza kąt wewnętrzny wielokąta foremnego (P) ▫ oblicza kąty środkowe pomiędzy przekątnymi wielokąta foremnego (P) ▫ uzasadnia podstawowe własności kątów środkowych i wpisanych (R) ▫ oblicza pole i obwód koła opisanego na trójkącie prostokątnym (R)
Okrąg opisany na wielokącie	1	Okrąg opisany na trójkącie. Określanie położenia środka okręgu opisanego na trójkącie. Określenie okręgu opisanego na czworokącie. Warunki opisywalności okręgu na czworokącie. Obliczanie promieni okręgów opisanych na trójkącie i na czworokącie. Obliczanie boków i kątów oraz pól trójkątów i czworokątów wpisanych w okrąg.	
Okrąg wpisany w wielokąt	1	Okrąg wpisany w trójkąt. Określenie położenia środka okręgu wpisanego w trójkąt. Określenie okręgu wpisanego w czworokąt. Warunki wpisywalności okręgu w czworokąt. Obliczanie promieni okręgów wpisanych w trójkąt i w czworokąt. Wzory na pola trójkątów i czworokątów wpisanych w okrąg. Obliczanie boków i kątów oraz pól trójkątów i czworokątów opisanych na okręgu.	
Okręgi i wielokąty foremne	2	Określenie wielokąta foremnego. Przykłady wielokątów foremnych. Własności wielokątów foremnych. Promień	

		okręgu opisanego i okręgu wpisanego w wielokąt foremny. Obliczanie boków i kątów wielokątów foremnych z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych.	▫ uzasadnia warunki opisywalności okręgu na czworokącie oraz warunki wpisywalności w czworokąt (R) ▫ oblicza promień okręgu opisanego na czworokącie i promień okręgu wpisanego w czworokąt (R) ▫ wyznacza promień okręgu wpisanego w *n* – kąt foremny (R) ▫ wyznacza bok *n* – kąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu R (R) ▫ oblicza pole *n* – kąta foremnego o boku *a* (R) ▫ uzasadnia własność sumy kątów wpisanych opartych na kątach dopełniających (D) ▫ uzasadnia istnienie okręgu wpisanego i opisanego dla trójkąta (D) ▫ uzasadnia przecinanie się wysokości trójkąta w jednym punkcie (D) ▫ uzasadnia związek pomiędzy promieniem okręgu opisanego a promieniem okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny (D) ▫ uzasadnia wzór na promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym (D)
Wielokąty foremne i parkietaże	1	Kąty wewnętrzne wielokątów foremnych. Kąty między przekątnymi wielokątów foremnych. Podział płaszczyzny na regularne figury. Parkietaże z wielokątów foremnych.	
Powtórzenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

X. KOMBINATORYKA, PRAWDOPODOBIEŃSTWO I STATYSTYKA.

Permutacje	2	Pojęcie permutacji oraz silni. Obliczanie ilości permutacji w danym doświadczeniu losowym. Działania na silniach. Reguła mnożenia.	Uczeń: ▫ podaje przykłady permutacji skończonego zbioru elementów (K) ▫ podaje przykłady kombinacji skończonego zbioru elementów (K) ▫ podaje przykłady wariacji skończonego zbioru elementów (K) ▫ oblicza wartość n! (K) ▫ stosuje regułę mnożenia i dodawania w prostych sytuacjach (K) ▫ oblicza ilość permutacji skończonego zbioru elementów (P) ▫ oblicza ilość kombinacji skończonego zbioru elementów (P) ▫ oblicza ilość wariacji skończonego zbioru elementów (P) ▫ stosuje własności n! do przekształcania prostych wyrażeń zawierających ten symbol (P) ▫ stosuje w obliczeniach symbol Newtona (P) ▫ rozwiązuje typowe zadania kombinatoryczne (P) ▫ stosuje wzory kombinatoryczne do obliczania liczby zdarzeń elementarnych (R) ▫ rozpozna w przykładach kombinację, permutację i wariację (R) ▫ stosuje kombinatorykę do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń (D) ▫ rozwiązuje zadania kombinatoryczne (D)
Temat z wariacjami, czyli dalsze zastosowanie reguły mnożenia	2	Pojęcia wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń. Wyprowadzanie wzorów. Rozwiązywanie zadań z wykorzystaniem wyprowadzonych wzorów oraz reguły mnożenia.	
Kombinacje.	1	Pojęcie kombinacji oraz wzór na ilość kombinacji. Obliczanie wartości współczynników newtonowskich. Obliczanie ilości kombinacji w typowych przykładach.	
Kombinacje i zadania o podziale	1	Dalsze wykorzystanie wzoru na ilość kombinacji.	
Powtórzenie wiadomości z kombinatoryki	1	Powtórzenie i utrwalenie wiadomości o permutacjach, wariacjach i kombinacjach. Zwrócenie uwagi na podobieństwa i różnice. Rozwiązywanie zadań różnych typów.	
Prawdopodobieństwo i jego własności	2	Pojęcia: zdarzenia elementarne, zdarzenia sprzyjające, przestrzeń zdarzeń, zdarzenie pewne, niemożliwe i przeciwne. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Podstawowe własności. Wzór na prawdopodobieństwo sumy.	Uczeń: ▫ podaje przykłady eksperymentów losowych (K) ▫ odczytuje diagramy ilustrujące wyniki eksperymentu losowego (K) ▫ wskazuje zdarzenia elementarne w konkretnych doświadczeniach (K) ▫ wskazuje etapy doświadczenia wieloetapowego (K) ▫ oblicza liczbę zdarzeń elementarnych dla konkretnych doświadczeń (K) ▫ rozróżnia zdarzenia pewne i niemożliwe oraz zdarzenia wykluczające się (K) ▫ oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych przy wykorzystaniu klasycznej definicji prawdopodobieństwa (K) ▫ porządkuje wyniki eksperymentu losowego (P) ▫ oblicza częstość doświadczalną wyniku eksperymentu losowego (P)
Doświadczenia wieloetapowe	2	Obliczanie prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach wieloetapowych. Dalsze wykorzystanie podstawowych własności i wzoru na prawdopodobieństwo sumy.	
Same sukcesy – same porażki	1	Obliczanie prawdopodobieństwa otrzymania samych sukcesów lub samych porażek w doświadczeniu	

		wieloetapowym.	▫ podaje przykłady zdarzeń losowych danego doświadczenia (P) ▫ wykonuje działania na zdarzeniach (P) ▫ ustala liczbę zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu (P) ▫ opisuje zdarzenie przeciwne do danego i ustala liczbę jego elementów (P) ▫ zna i stosuje wzór na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń (P) ▫ zna i stosuje wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego (P) ▫ podaje przykłady doświadczeń o zdarzeniach elementarnych jednakowo prawdopodobnych oraz doświadczeń, w których zdarzenia elementarne nie są jednakowo prawdopodobne (R) ▫ oblicza prawdopodobieństwo zdarzeń za pomocą „drzewa” (R)
Metoda drzew	2	Sposób rysowania drzew stochastycznych. Obliczanie prawdopodobieństwa przy wykorzystaniu drzew.	
Zadanie o loterii	1	Obliczanie prawdopodobieństwa z wykorzystaniem wzorów na liczbę kombinacji.	
O dużym lotku, liczeniu ryb i kilku innych kwestiach	1	Szacowanie, ile razy wykonano doświadczenie na podstawie podanego prawdopodobieństwa jednego ze zdarzeń.	
Tabele, diagramy i średnie	2	Porządkowanie danych. Sporządzanie diagramów kołowych i słupkowych. Odczytywanie danych z diagramów. Obliczanie średniej arytmetycznej.	Uczeń: ▫ zbiera i porządkuje dane statystyczne (K) ▫ odczytuje diagramy, histogramy i wykresy ilustrujące wyniki eksperymentu losowego (K) ▫ wykonuje diagramy, histogramy i wykresy ilustrujące wyniki eksperymentów losowych (K) ▫ oblicza średnią arytmetyczną (K) ▫ oblicza średnią ważoną, modę oraz medianę dla wyników danego eksperymentu losowego (P) ▫ odczyta, zinterpretuje oraz przetworzy dane z tabeli (P) ▫ przeprowadzi własne badanie statystyczne, a następnie uporządkuje i przedstawi dane (R) ▫ przeprowadza analizę jakościową i ilościową przedstawionych danych (R) ▫ interpretuje średnią arytmetyczną, medianę i modę danych statystycznych (R) ▫ ustala, która ze średnich najlepiej opisuje centralne tendencje rozkładu wyników danego eksperymentu (D) ▫ oblicza wariancję oraz odchylenie standardowe dla wyników eksperymentu losowego (D) ▫ porównuje zestawy danych statystycznych wykorzystując średnia arytmetyczną, medianę, modę oraz wariancje i odchylenie standardowe (D)
Średnia ważona. Mediana i moda	2	Obliczanie średniej ważonej, mediany i mody. Porządkowanie danych. Odczytywanie danych z tabel i wykresów.	
Wariancja i odchylenie standardowe	2	Obliczanie średniej arytmetycznej, wariancji i odchylenia standardowego. Odczytywanie danych z tabel.	
Powtórzenie i utrwalenie wiadomości. Praca klasowa i poprawa.	3		

XI. STEREOMETRIA

Równoległość i prostopadłość	1	Wzajemne położenie płaszczyzn, prostej i płaszczyzny oraz dwóch prostych.	Uczeń: ▫ określa wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni (K) ▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu odcinki zawarte w prostych równoległych, przecinających się, skośnych (K) ▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu ściany zawarte w płaszczyznach równoległych, prostopadłych (K) ▫ oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prawidłowego (K) ▫ rozróżnia graniastosłupy i ostrosłupy wśród brył (K) ▫ wskazuje na modelu i rysunku wielościanu jego wierzchołki, krawędzie, ściany (K) ▫ rozróżnia graniastosłupy proste i graniastosłupy prawidłowe wśród innych
Rodzaje wielościanów	2	Wielościany. Wielościan wypukły. Przekątna wielościanu. Graniastosłupy. Graniastosłup prosty i pochyły. Podstawy, ściany boczne i wysokość graniastosłupa. Równoległościan. Ostrosłup. Podstawa, wierzchołki, Ściany boczne, wysokość i spodek wysokości ostrosłupa. Graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe. Czworościan foremny. Siatki i rzuty wielościanów. Ilość ścian, krawędzi i wierzchołków	

		podstawowych graniastosłupów i ostrosłupów.	graniastosłupów (K) ▫ rozróżnia ostrosłupy prawidłowe wśród innych ostrosłupów (K) ▫ rysuje siatkę graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego (K) ▫ rozróżnia na rysunku proste leżące w jednej płaszczyźnie oraz takie, które nie leżą w jednej płaszczyźnie (P) ▫ oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów przy różnych danych (P) ▫ wskazuje na modelu i zaznacza na rysunku kąty nachylenia krawędzi i przekątnych wielościanów do ścian (P) ▫ rysuje graniastosłupy i ostrosłupy w rzucie równoległym (P) ▫ oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa prawidłowego (P) ▫ oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupów (P) ▫ stosuje funkcje trygonometryczne oraz twierdzenia geometrii płaskiej do rozwiązywania prostych zadań dotyczących graniastosłupów i ostrosłupów (P) ▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne (P) ▫ wskazuje na modelu i na rysunku wielościanu jego przekroje (R) ▫ wyznacza związki miarowe w graniastosłupach i ostrosłupach, wykorzystując trygonometrię (R) ▫ rysuje rzuty brył wpisanych w bryłę (D) ▫ oblicza pola i objętości brył wpisanych w inną bryłę (D) ▫ rozwiązuje zadania o charakterze problemowym (D)
Pole powierzchni i objętość wielościanu	2	Obliczanie pól figur płaskich. Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów.	
Walec	1	Definicja walca. Przekrój poprzeczny i osiowy. Obliczanie pola powierzchni całkowitej i objętości walca.	Uczeń: ▫ rozróżnia walce, stożki i kule wśród innych brył (K) ▫ opisuje własności walca, stożka i kuli (K) ▫ kreśli siatkę walca i stożka (K) ▫ oblicza pole powierzchni i objętość walca, stożka i kuli (K) ▫ rysuje bryły obrotowe w rzucie równoległym (P) ▫ stosuje funkcje trygonometryczne oraz twierdzenia geometrii płaskiej do rozwiązywania prostych zadań dotyczących brył obrotowych (P) ▫ rozwiązuje proste zadania praktyczne (P) ▫ oblicza pole wycinka koła oraz długość łuku (P) ▫ rysuje przekroje osiowe walca i stożka (R) ▫ wykorzystuje trygonometrię do wyznaczania związków miarowych w bryłach obrotowych (R) ▫ wyznacza kąt mając dane pole wycinka lub długość łuku (R) ▫ rysuje rzuty brył wpisanych w bryłę (D) ▫ oblicza pola i objętości brył wpisanych w inną bryłę (D) ▫ rozwiązuje zadania o charakterze problemowym (D) ▫ bada własności, rysuje rzutu równoległe oraz oblicza pola powierzchni i objętości brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich (D)
Interludium: długość łuku i pole wycinka koła	1	Zależność między polem wycinka koła, a długością łuku.	
Stożek	1	Definicja stożka. Tworząca i pobocznica. Obliczanie pola powierzchni i objętości stożka.	
Kula	1	Definicja kuli. Koło wielkie. Sfera. Objętość i pole powierzchni kuli.	
Kąty między prostymi	1	Kąty między prostymi w bryłach.	Uczeń: ▫ wskazuje kąty dwuścienne i ich kąty liniowe na modelu wielościanu (K) ▫ wskazuje kąt nachylenia prostej do płaszczyzny na modelach brył (K) ▫ zaznacza na rysunku kąty liniowe kątów dwuściennych (P)
Rzut prostokątny i kąt pomiędzy prostą i płaszczyzną	1	Rzut prostokątny. Kąt między prostą a płaszczyzną.	
Kąt dwuścienny	1	Zaznaczanie kątów dwuściennych w znanych bryłach.	

		Obliczanie miar kątów dwuściennych.	▫ wyznaczy kąt nachylenia prostej do płaszczyzny i przedstawi go na rysunku bryły (P) ▫ wyznacza kąt liniowy kątów dwuściennych (R) ▫ wyznacza kąt dwuścienny między ścianami ostrosłupa (D)
Kilka zadań o dachach	1	Obliczanie kątów w bryłach.	
Powtórzenie wiadomości ze stereometrii. Praca klasowa i poprawa.	3		